VARIABLEN UND BEREICHE

BEISPIEL PRO Produktion

NI	u	NO	v	HO	c
Niedrig		Normal		Hoch	Kapazitäts-grenze

Skala (NI, u, NO, v, HO, c)

Intervalle NI, NO, HO
Punkte u, v, c

Abwechselnd Intervalle und Punkte

ABSTRAKTE BESCHREIBUNG

VARIABLEN $X_1, \dots, X_n$

Skala von X_i : $(m_i, m_i+1, \dots, M_i)$

Ungerade Zahlen repräsentieren Intervalle
Gerade " " Punkte

$m_i = 0$ oder $m_i = 1$, $M_i \geq 1$

Skalen können nach oben und unten offen oder geschlossen sein

Spezialfall Einbereichsvariable mit Skala (1)

SKALENZUWEISUNG

Eine Skalenzuweisung A ordnet jeder Variablen X_i eine Skala $A_i = (m_i, \dots, M_i)$ zu.
$i = 1, \dots, n$

ZU JEDER VARIABLEN X_i GEHÖRT EINE TENDENZ ∂X_i

∂X_i nimmt einen von drei Werten an:

- $-$ abnehmend
- 0 gleichbleibend
- $+$ zunehmend

Diese Werte werden RICHTUNGEN genannt

KONVEXE RICHTUNGSMENGEN sind nichtleere Untermengen von $\{-,0,+\}$ mit Ausnahme von $\{-,+\}$.

Nur 6 konvexe Richtungsmengen

$\{-\}$, $\{0\}$, $\{+\}$, $\{-,0\}$, $\{0,+\}$, $\{-,0,+\}$

BEDEUTUNG: Möglichkeitsmengen für Tendenzen

PROBLEM

$y = f(x_1, \dots, x_m) \qquad x_i = g_i(s) \quad i = 1, \dots, m$

$$\frac{dy}{ds} = \frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{dx_1}{ds} + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_m}\frac{dx_m}{ds}$$

Was kann aus Informationen über die Vorzeichen ($-$, 0, oder $+$) von $\partial f/\partial x_i$ und $dx_i/\partial s$ für $i=1,\dots,m$ über das Vorzeichen von dy/ds geschlossen werden?

DIE ALGEBRA DER KONVEXEN RICHTUNGSMENGEN

DEFINITION VON $-R$

$\{-\} \subseteq -R$ für $\{+\} \subseteq R$
$\{0\} \subseteq -R$ " $\{0\} \subseteq R$
$\{+\} \subseteq -R$ " $\{-\} \subseteq R$

ADDITION

$\{+\} \subseteq R_1 + \ldots + R_m$ für $\{+\} \subseteq R_1 \cup \ldots \cup R_m$
$\{-\} \subseteq R_1 + \ldots + R_m$ " $\{-\} \subseteq R_1 \cup \ldots \cup R_m$

$\{0\} \subseteq R_1 + \ldots + R_m$ " $\{0\} \subseteq R_1 \cap \ldots \cap R_m$
oder $\{-,+\} \subseteq R_1 \cup \ldots \cup R_m$

MULTIPLIKATION

FÜR $|T_i| = 1$, $i = 1, \ldots, m$

$$S = \prod_{i=1}^{m} T_i = \begin{cases} \{0\} & \text{falls } T_i = \{0\} \text{ für ein } i \\ \{+\} & \text{" } T_i \neq \{0\} \text{ für alle } i \\ & \text{und } T_i = \{-\} \text{ für eine} \\ & \text{gerade Zahl von } T_i \\ \{-\} & \text{" } T_i \neq \{0\} \text{ für alle } i \\ & \text{und } T_i = \{-\} \text{ für eine} \\ & \text{ungerade Zahl von } T_i \end{cases}$$

ALLGEMEIN

$$R = \prod_{i=1}^{m} S_i = \bigcup_{\substack{T_i \subseteq S_i \\ |T_i| = 1}} \prod_{i=1}^{m} T_i$$

Falls X_i eine obere Punktgrenze hat, ist dort ∂X_i auf $\{-,0\}$ beschränkt. Falls X_i eigentlich wachsen müsste wird deshalb dort nicht $\partial X_i = +$ sondern $\partial X_i = 0$ gelten. Wie entsteht "0" durch Beschränkung auf $\{-,0\}$ aus "+"?

DEFINITION VON $S \vdash T$

lies "S akkomodiert in T"

$$R \vdash S = \begin{cases} R \cap S & \text{falls } R \cap S \neq \emptyset \\ \text{DAS ELEMENT VON } S \text{, DAS} \\ \text{R AM NÄCHSTEN IST} \end{cases}$$

ENTFERNUNG VON RICHTUNGEN

$|-,-| = |0,0| = |+,+| = 0$

$|-,0| = |0,+| = 1$

$|-,+| = 2$

BEISPIELE

$\{+\} \vdash \{-,0\} = \{0\}$

$\{-\} \vdash \{-,0\} = \{-\}$

$\{0,+\} \vdash \{-,0,+\} = \{0,+\}$

ADDITIONSTAFEL

	{-}	{0}	{+}	{-,0}	{0,+}	{-,0,+}
{-}	{-}	{-}	{-,0,+}	{-}	{-,0,+}	{-,0,+}
{0}	{-}	{0}	{+}	{-,0}	{0,+}	{-,0,+}
{+}	{-,0,+}	{+}	{+}	{-,0,+}	{0,+}	{-,0,+}
{-,0}	{-}	{-,0}	{-,0,+}	{-,0}	{-,0,+}	{-,0,+}
{0,+}	{-,0,+}	{0,+}	{+}	{-,0,+}	{0,+}	{-,0,+}
{-,0,+}	{-,0,+}	{-,0,+}	{-,0,+}	{-,0,+}	{-,0,+}	{-,0,+}

MULTIPLIKATIONSTAFEL

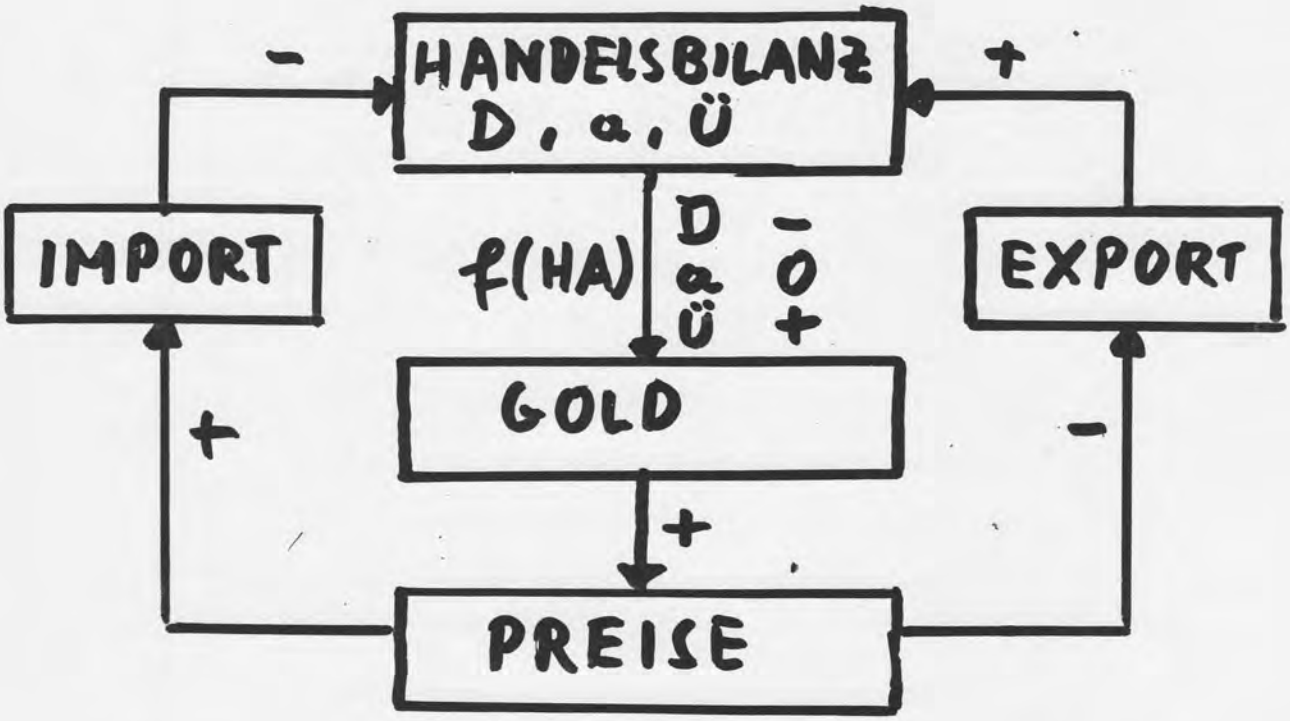
	{-}	{0}	{+}	{-,0}	{0,+}	{-,0,+}
{-}	{+}	{0}	{-}	{0,+}	{-,0}	{-,0,+}
{0}	{0}	{0}	{0}	{0}	{0}	{0}
{+}	{-}	{0}	{+}	{-,0}	{0,+}	{-,0,+}
{-,0}	{0,+}	{0}	{-,0}	{0,+}	{-,0}	{-,0,+}
{0,+}	{-,0}	{0}	{0,+}	{-,0}	{0,+}	{-,0,+}
{-,0,+}	{-,0,+}	{0}	{-,0,+}	{-,0,+}	{-,0,+}	{-,0,+}

AKKOMODATIONSTAFEL

S ⊢ T

S \ T	{-}	{0}	{+}	{-,0}	{0,+}	{-,0,+}
{-}	{-}	{0}	{+}	{-}	{0}	{-}
{0}	{-}	{0}	{+}	{0}	{0}	{0}
{+}	{-}	{0}	{+}	{0}	{+}	{+}
{-,0}	{-}	{0}	{+}	{-,0}	{0}	{-,0}
{0,+}	{-}	{0}	{+}	{0}	{0,+}	{0,+}
{-,0,+}	{-}	{0}	{+}	{-,0}	{0,+}	{-,0,+}

DER SPECIE-FLOW MECHANISMUS VON HUME



KONFLUENZEN

$$\partial HA = \partial EX - \partial IM$$

$$\partial PR = \partial GO$$

$$\partial EX = -\partial PR$$

$$\partial IM = \partial PR$$

$$\partial GO = f(HA) = \begin{cases} - & \text{für } HA = D \\ 0 & \text{"} \; HA = a \\ + & \text{"} \; HA = Ü \end{cases}$$

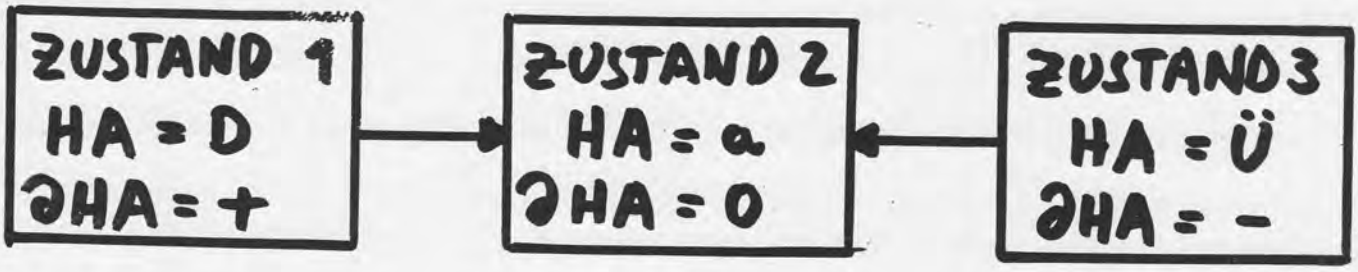
SYMBOLE

HA Handelsbilanz
D Defizit
a ausgeglichen
Ü Überschuß
GO Gold
PR Preise
IM Import
EX Export

DER BEREICH VON HA BESTIMMT ALLE TENDENZEN

$$\partial HA = \partial EX - \partial IM = -\partial PR - \partial PR = -\partial GO = -f(HA)$$

ÜBERGANGSDIAGRAMM FÜR DEN SPECIE-FLOW MECHANISMUS



Ein ZUSTAND ist eine Spezifikation von Bereichen und Tendenzen die die Konfluenzen erfüllt

Die Bewegung des Systems von Zustand zu Zustand erzeugt einen PFAD. Eine EPISODE ist die Realisierung eines Zustands in einem Pfad

Ein ENDZUSTAND ist ein Zustand, der nicht mehr verlassen wird, sobald er erreicht ist.

In einem Zustand STEHT EIN BEREICHSWECHSEL VON X_i AN falls

$\partial X_i = +$ und der Bereich von X_i nicht der höchste ist

oder

$\partial X_i = -$ und der Bereich von X_i nicht der niedrigste ist

BEREICHSWECHSELPRINZIP

EIN ZUSTAND, IN DEM EIN BEREICHSWECHSEL ANSTEHT, IST KEIN ENDZUSTAND

RICHTUNGSBESCHRÄNKUNGEN

X_i mit Skala $(m_i, \dots, M_i)$

Falls M_i ein Punkt ist $\partial X_i \in \{-, 0\}$ für $X_i = M_i$

" m_i " " " $\partial X_i \in \{0, +\}$ " $X_i = m_i$

PRIMÄRBESCHRÄNKUNGEN

$$\alpha X_i = \begin{cases} \{-, 0\} & \text{für } X_i = M_i \text{ falls } M_i \text{ gerade} \\ \{0, +\} & \text{" } X_i = m_i \text{ " } m_i \text{ "} \\ \{-, 0, +\} & \text{sonst} \end{cases}$$

SEKUNDÄRBESCHRÄNKUNGEN

Symbol βX_i

Richtungsbeschränkungen, die durch andere Variable verursacht werden

BEISPIEL: Die Produktion kann nicht wachsen weil der Kredit nicht weiter ausgedehnt werden kann

Sekundärbeschränkungen müssen durch "BESCHRÄNKUNGSGLEICHUNGEN" beschrieben werden

Der Oberbegriff KAUSALBEZIEHUNGEN umfaßt Konfluenzen und Beschränkungsgleichungen

VERZÖGERTE TENDENZEN

Oberer Index "–"

BEISPIEL: Hawtrey's Einkommens-Law

$$\partial WA = \partial IN^-$$

WA wages
IN income

∂X_i^- IM RÜCKSTAND falls $\partial X_i^- \neq \partial X_i$

Die einzige Möglichkeit für eine Änderung des Wertes von ∂X_i^- ist eine RÜCKSTANDS-AUFLÖSUNG: ∂X_i^- erhält den Wert von ∂X_i.

Dies ist eine einschränkende Annahme über die Natur der betrachteten Verzögerungen

RÜCKSTANDSAUFLÖSUNGSPRINZIP

EIN ZUSTAND, IN DEM EINE VERZÖGERTE TENDENZ IM RÜCKSTAND IST, IST KEIN ENDZUSTAND

DIE BASIS (A, B, C) EINES SYSTEMS

A ist die SKALENZUWEISUNG

B ist die MENGE DER VARIABLEN MIT VERZÖGERTEN TENDENZEN

C ist die MENGE DER VARIABLEN MIT SEKUNDÄREN RICHTUNGSBESCHRÄNKUNGEN

VORZUSTÄNDE UND ZUSTÄNDE

BEREICHSKONSTELLATION

$x = (x_1, \dots, x_n)$ mit $x_i \in \{m_i, \dots, M_i\}$

AKTUELLE TENDENZKONSTELLATION

$t = (t_1, \dots, t_n)$ mit $t_i \in \{-, 0, +\}$

t_i ist der Wert von ∂X_i

VERZÖGERTE TENDENZKONSTELLATION

$t^- = (t_i^-)_{X_i \in B}$ mit $t_i^- \in \{-, 0, +\}$

t_i^- ist der Wert von ∂X_i^-

BESCHRÄNKUNGSKONSTELLATION

$c = (c_i)_{X_i \in C}$ mit $c_i \in \{\{-\}, \{+\}, \{-,0\}, \{0,+\}, \{-,0,+\}$
konvexe Richtungsmengen außer $\{0\}$

c_i ist der Wert von βX_i

VORZUSTÄNDE

Ein VORZUSTAND $p = (x, t, t^-, c)$ ist ein Quadrupel mit den oben beschriebenen Bestandteilen

ZUSTÄNDE sind Vorzustände, die die Kausalbeziehungen des Systems erfüllen

ZWEI DYNAMIKEN

Die langsame ZUSTANDSDYNAMIK beschreibt die Bewegung des Systems von Zustand zu Zustand

Die schnelle ÜBERGANGSDYNAMIK beschreibt die Vorgänge beim Übergang von einem Zustand zu einem anderen. Dabei werden unangepaßte Vorzustände durchlaufen bis schließlich ein neuer Zustand erreicht wird. Die Übergangsdynamik wird später durch einen Prozeß der WIRKUNGSAUSBREITUNG beschrieben.

ZUSTANDSTEILE

LANGSAMER ZUSTANDSTEIL (x, t^-)
SCHNELLER ZUSTANDSTEIL (t, c)
Die Übergangsdynamik verändert nur den schnellen Zustandsteil

RICHTUNGSFUNKTIONEN UND KORRESPONDENZEN

Eine RICHTUNGSFUNKTION f ordnet jedem langsamen Zustandsteil (x, t^-) eine Richtung $f(x, t^-)$ zu.

Eine RICHTUNGSKORRESPONDENZ F ordnet jedem schnellen Zustandsteil (x, t^-) eine konvexe Richtungsmenge $F(x, t^-)$ zu.

LINEARE TENDENZFORMEN

Eine **LINEARE TENDENZFORM** ist ein Ausdruck

$$S = f_0(x,t^-) + \sum_{j=1}^{m} f_i(x,t^-)\,\partial X_i$$

wobei $f_0,\dots,f_n$ Richtungsfunktionen sind

Bemerkung: Für vorgegebene Werte von $\partial X_1,\dots,\partial X_n$ kann eine lineare Tendenzform nur die Werte $\{-\}$, $\{0\}$, $\{+\}$ und $\{-,0,+\}$ annehmen

KONFLUENZEN

Eine **KONFLUENZ** für ∂X_i ist eine Gleichung von der Form

$$\delta X_i = S \vdash T$$

wobei Folgendes gilt

a) S ist eine lineare Tendenzform, in der der Koeffizient von ∂X_i identisch Null ist

b) $$T = \begin{cases} \alpha X_i & \text{für } X_i \notin C \\ \beta X_i & \text{"} \quad X_i \in C \end{cases}$$

FUNKTIONALE INDICES

Ein FUNKTIONALER INDEX μ ist eine Funktion die jedem langsamen Zustandsteil (x, t^-) eine der ganzen Zahlen $1, \dots, n$ zuordnet

BESCHRÄNKUNGSGLEICHUNGEN

Eine BESCHRÄNKUNGSGLEICHUNG für βX_i ist eine Gleichung von der Form

$$\beta X_i = F(x,t^-) + f(x,t^-)\,\partial X_{\mu(x,t^-)} + g(x,t^-)\,\beta X_{\mu(x,t^-)}$$

wobei Folgendes gilt:

F ist eine Richtungskorrespondenz
μ ist ein funktionaler Index
f und g sind Richtungsfunktionen

Die folgenden Bedingungen sind erfüllt:

(a) $\mu(x,t^-) \neq i$ und $X_{\mu(x,t^-)} \in C$ für $g(x,t^-) \neq 0$

(b) $f(x,t^-)\,g(x,t^-) = 0$ für alle (x,t^-)

(c) Falls $f(x,t^-) \neq 0$ gilt, hat $F(x,t^-)$ mindestens zwei Elemente

d) Falls in der Skala $(m_i, \dots, M_i)$ von X_i der unterste Bereich m_i ein Punkt ist (m_i gerade), so gilt für $x_i = m_i$ stets $F(x,t^-) = \alpha X_i = \{0,+\}$ und $f(x,t^-) = g(x,t^-) = 0$. Falls der oberste Bereich M_i ein Punkt ist (M_i gerade) gilt für $x_i = M_i$ stets $F(x,t^-) = \alpha X_i = \{-,0\}$ und $f(x,t^-) = g(x,t^-) = 0$.

SYSTEME VON KAUSALBEZIEHUNGEN

Ein SYSTEM VON KAUSALBEZIEHUNGEN (A, B, C, D)

hat die folgenden Bestandteile

A die SKALENZUWEISUNG

B die MENGE DER VARIABLEN MIT VERZÖGERTEN TENDENZEN

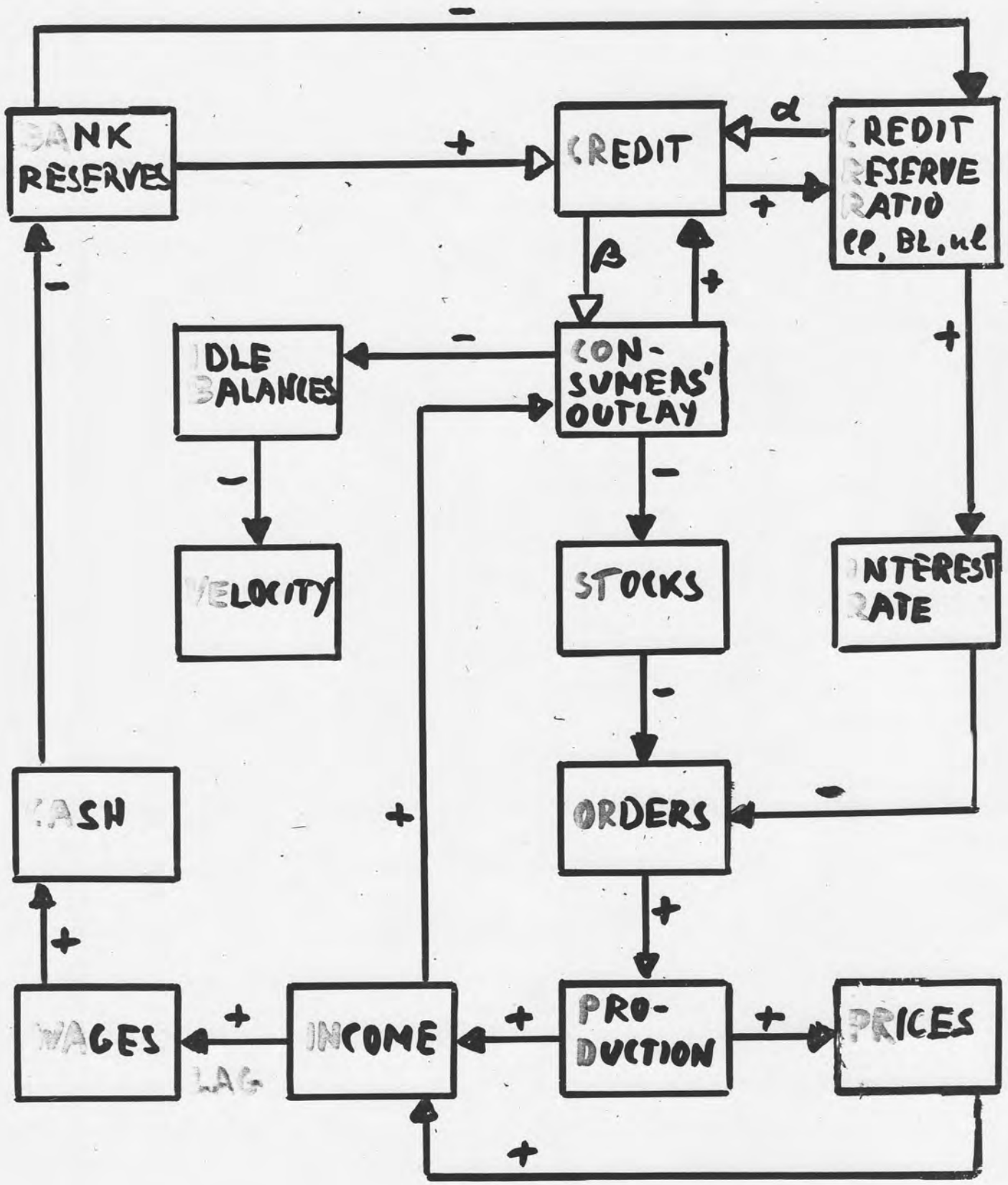
C die MENGE DER VARIABLEN MIT SEKUNDÄREN RICHTUNGSBESCHRÄNKUNGE

D die LISTE DER KAUSALBEZIEHUNGEN. Diese Liste enthält eine und nur eine Konfluenz für jede gegenwärtige Tendenz ∂X_i und eine und nur eine Beschränkungsgleichung für jede sekundäre Richtungsbeschränkung βX_i mit $X_i \in C$.

NOTWENDIGKEIT DER ERGÄNZUNG

Die Kausalbeziehungen sagen nichts darüber, unter welchen Bedingungen eine verzögerte Tendenz einen Rückstand auflöst. Hierzu sind spezielle Übergangsregeln erforderlich. Weitere spezielle Übergangsregeln können Übergangsursachen ausschließen oder Prioritäten zwischen Übergangsursachen festlegen.

SYSTEM DER KAUSALBEZIEHUNGEN FÜR DAS HAWTREY-MODELL



→ Einflüsse in Konfluenzen

⇒ Einflüsse in Beschränkungsgleichungen

DIE VARIABLEN DES HAWTREY-MODELLS

BA	Bankreserven
CA	Kassenhaltung der Nichtbanken
CO	consumers' outlay (Konsum und Investition)
CR	Kredit
IB	idle balances (ungenutzte Kasse, Horte)
IN	Einkommen
IR	Zinssatz (interest rate)
OR	Aufträge (orders)
PD	Produktion
PR	Preise
RR	Kredit-Reserve-Verhältnis
ST	Lager (stocks)
VE	Umlaufgeschwindigkeit
WA	Löhne (wages)

BEREICHE VON RR

ll	Untergrenze (lower limit)
BL	Innerer Bereich (between limits)
ul	upper limit

UTE KAUSALBEZIEHUNGEN DES HAWTREY-MODELLS

KONFLUENZEN

$\partial BA = -\partial CA$

$\partial CA = \partial WA$

$\partial CO = \partial IN + \beta CO$

$\partial CR = \partial CO + \beta CR$

$\partial IB = -\partial CO$

$\partial IR = \partial RR$

$\partial IN = \partial PD + \partial PR$

$\partial OR = -\partial ST - \partial IR$

$\partial PD = \partial OR$

$\partial PR = \partial PD$

$\partial RR = (\partial CR - \partial BA) + \alpha RR$

$\partial ST = -\partial CO$

$\partial VE = -\partial IB$

$\partial WA = \partial IN^{-}$

BESCHRÄNKUNGSGLEICHUNGEN

$\beta CO = \beta CR$

$\beta CR = \alpha RR + \partial BA$

INTEREST RATE, ORDERS, PRODUCTION, INCOME, CONSUMERS' OUTLAY, AND STOCKS

If the rate of interest is reduced – and under ordinary circumstances a slight reduction is sufficient – merchants are induced to increase their stock. They give larger orders to the producer. Increased production leads to an enlargement of consumers' income and outlay. This 'means increased demand in general, and traders find their stocks diminishing. There result further orders to producers, a further increase in productive activity, in consumers' income and outlay and in demand and a further depletion of stocks. Increased activity means increased demand and increased demand means increased activity. A vicious circle is set up, a cumulative expansion of productive activity.'

'...' Haberler quotes Hawtrey

'Productive activity cannot grow without limit. As the cumulative process carries one industry after another to the limit of productive capacity, producers begin to quote higher prices'

CAPACITY LIMIT NOT A REASON FOR UPPER TURNING POINT

'If the restriction of credit did not occur, the active phase of the trade cycle could be indefinitely prolonged, at the cost, no doubt, of an indefinite rise of prices and an abandonment of the gold standard'

rising prices operate in the same way as falling interest charges

Cash – i.e., legal tender money – is predominantly used for small and retail transactions, because for these purposes credit has no greater convenience to compensate for its inferior security. The amount of cash which passes into circulation depends largely on the incomes, expenditures, and hoards of working-men. An expansion leads sooner or later to a drain of cash holdings of the banks while, as earnings and wages rise, an increasing amount will be retained in cash balances. This however is a slow process, because the rise in wages lags considerably behind the expansion of credit and the rise in prices and profits.

UPPER AND LOWER LIMITS OF THE CREDIT RESERVE RATIO AND THE TURNING POINTS

So long as there is a gold standard or other restriction of the supply of legal tender money (e.g. that involved in the attempt to stabilize the exchange rate vis-à-vis another country which does not itself expand credit) the banks are sooner or later forced to stop expansion and even to contract.

... the cash holdings of the working population continue to increase – by reason of their lag behind the credit expansion – and go on rising after the expansion has come to an end. This induces the banks, not merely to stop expanding, but actually to contract; and so the depression is given its start.

... when the banks come to the conclusion that they can stop contracting, because their reserves have reached the desirable level, the inflow of cash has not yet come to an end. People's cash balances respond slowly. Cash continues to flow in for a considerable time after contraction has been arrested. Surplus reserves accumulate and these excessive reserves tempt the banks later on to over-expand and so to begin another cycle.

'So long as credit is regulated with reference to reserve proportions the trade cycle is bound to recur.'