OTTO VON GUERICKE UNIVERSITÄT MAGDEBURG
WW
FAKULTÄT FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

Unternehmensinteraktion

Abdolkarim Sadrieh
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Monopol

Annahmen

- Ein Produzent (Monopolist)
- Preis p, Menge q
- Erlösfunktion: Erlös = Preis $\times$ Menge ($\equiv R(q,p)$)
- Kostenfunktion: $K(q,p)$
- Gewinnfunktion: $\pi(q,p) = R(q,p) - K(q,p)$

Monopol
Ein-Markt-Fall

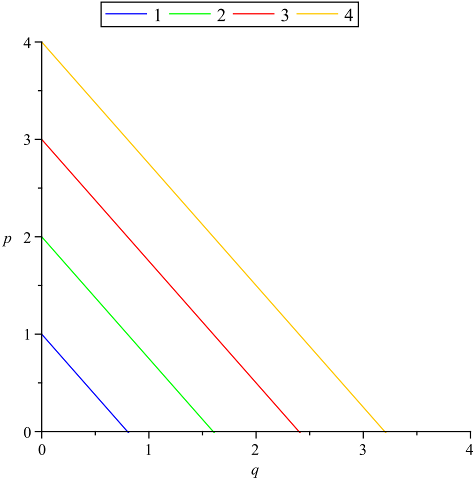
Annahmen

- Ein Absatzmarkt
- Beziehung zwischen Menge und Preis
  - Nachfragefunktion: $q(p) = \alpha - \beta p$
  - Preisabsatzfunktion: $p(q) = \alpha/\beta - q/\beta \equiv a - bq$
  - Parameterkonstellation:

$$\alpha = a/b, \quad \beta = 1/b, \quad a = \alpha/\beta, \quad b = 1/\beta$$

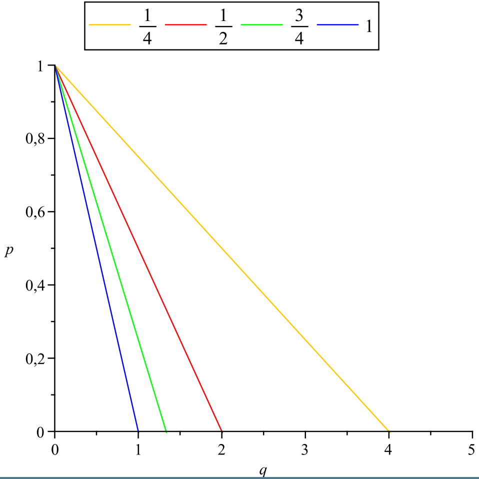
Preisabsatzfunktion

Maximaler Preis a



Preisabsatzfunktion

Steigungsparameter *b*



Annahmen

Zielsetzung: Maximierung des Gewinns

- Preiswahl
- Mengenwahl

Kosten

- Annahme: Lineare Kosten
  $K(q) = kq \rightarrow K(p) = k(\alpha - \beta p)$

Preiswahl

- Gewinnfunktion:

$$\max_p \pi(p) = \underbrace{p(\alpha - \beta p)}_{Erlös} - \underbrace{k(\alpha - \beta p)}_{Kosten}$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = \alpha - 2\beta p + \beta k$$

Preiswahl

- Ergebnis: Preis, Menge, Gewinn

$$p = \frac{\alpha + \beta k}{2\beta}$$

$$q = \frac{\alpha - \beta k}{2}$$

$$\pi = \frac{(\alpha - \beta k)^2}{4\beta}$$

Mengenwahl

Annahme: $K(q) = kq$

- Gewinnfunktion:

$$\max_q \pi(q) = \underbrace{(a - bq)q}_{Erlös} - \underbrace{kq}_{Kosten}$$

- Notwendige Bedingung:

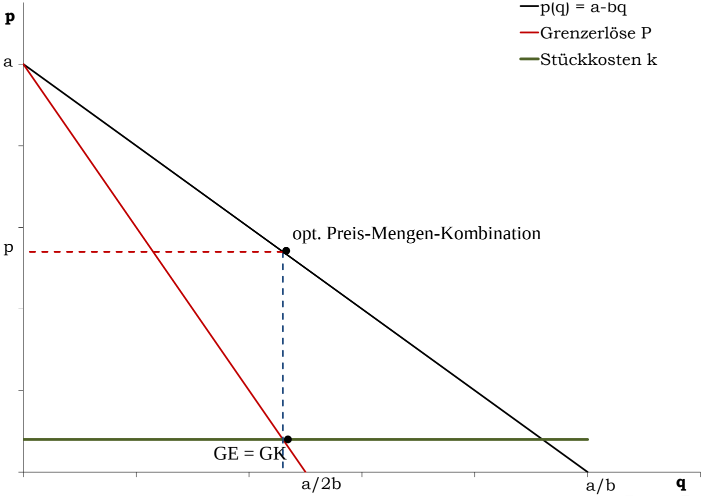
$$0 = a - 2bq - k$$
$$\underbrace{a - 2bq}_{Grenzerlös} = \underbrace{k}_{Grenzkosten}$$

Mengenwahl

- Ergebnis: Menge, Preis, Gewinn

$$q = \frac{a-k}{2b}$$
$$p = \frac{a+k}{2}$$
$$\pi = \frac{(a-k)^2}{4b}$$

Grafische Analyse



Wichtiger Hinweis!

Bei der Optimierung einer Gewinnfunktion gilt "Grenzerlös = Grenzkosten"! Aber:

- Mengenwahl:

$$\underbrace{a-2bq}_{Grenzerlös} = \underbrace{k}_{Grenzkosten}$$

- Gilt nicht für die Preiswahl:

$$\alpha - 2\beta p = \beta k$$

Kosten

- Annahme: Quadratische Kosten
  $K(q) = kq^2 \rightarrow K(p) = k(\alpha - \beta p)^2$

Quadratische Kosten

Preiswahl

- Gewinnfunktion:

$$\max_{p} \pi(p) = p(\alpha - \beta p) - k(\alpha - \beta p)^2$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = \alpha - 2\beta p + 2\beta k(\alpha - \beta p)$$

Quadratische Kosten

- Ergebnis: Preis, Menge, Gewinn

$$
\begin{aligned}
p &= \frac{\alpha(1+2\beta k)}{2\beta(1+\beta k)} \\
q &= \frac{\alpha}{2(1+\beta k)} \\
\pi &= \frac{\alpha^2}{4\beta(1+\beta k)}
\end{aligned}
$$

Quadratische Kosten

Mengenwahl

- Gewinnfunktion:

$$\max_{q} \pi(q) = (a - bq)q - kq^2$$

- Notwendige Bedingung:

$$\frac{d\pi(q)}{dq} = 0 = a - 2bq - 2kq$$

Quadratische Kosten

- Ergebnis: Menge, Preis, Gewinn

$$q = \frac{a}{2(b+k)}$$
$$p = \frac{a(b+2k)}{2(b+k)}$$
$$\pi = \frac{a^2}{4(b+k)}$$

Monopol
Zwei-Märkte-Fall

Annahmen

- Zwei Absatzmärkte ($i = 1, 2$)
- Beziehung zwischen Menge und Preis
  - Preisabsatzfunktion: $p_i(q_i) = a_i - b_i q_i$
  - Annahme: $a_1 > a_2$

Annahmen

Zielsetzung: Maximierung des Gewinns

- Identischer Preis für beide Märkte (IP)
- Differenzierte Preise (DP)

Annahmen

- Erlösfunktion:

  IP $R(q_1) + R(q_2) = pq_1 + pq_2$

  DP $R(q_1) + R(q_2) = p_1 q_1 + p_2 q_2$

- Kostenfunktion (keine Fixkosten): $K(q_1 + q_2) = kq_1 + kq_2$
- Gewinnfunktion: $\pi = R(q_1) + R(q_2) - K(q_1 + q_2)$

Identischer Preis für beide Märkte

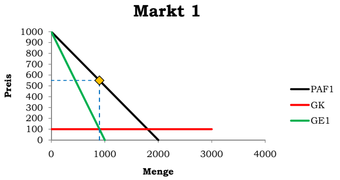
Aggregation der Preisabsatzfunktionen (PAF)

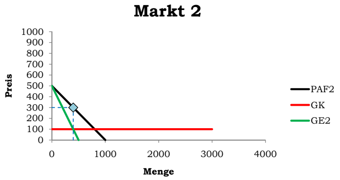
- Aggregierte PAF $P(q_1, q_2)$
- Zusammengesetzt aus zwei Intervallen

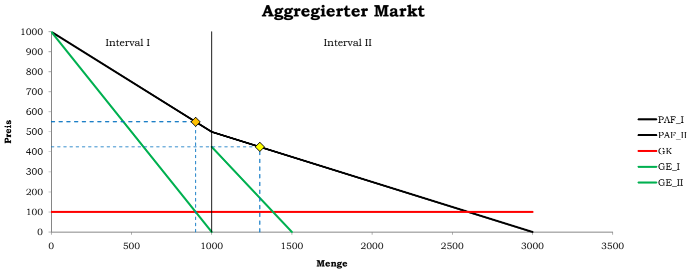
Intervall I Es fragen nur Konsumenten aus Markt 1, d.h. mit einer Zahlungsbereitschaft zwischen a_1 und a_2, nach.

Intervall II Es fragen Konsumenten aus beiden Märkten, d.h. auch mit einer Zahlungsbereitschaft kleiner als a_2, nach.

Identischer Preis für beide Märkte







Identischer Preis für beide Märkte

Intervall I: Nur ein Markt fragt nach

- Die PAF für dieses Intervall ist $p_I(q) = a_1 - b_1 q$.
- Es fragen nur Konsumenten nach die eine Zahlungsbereitschaft über a_2 haben.
- Im Intervall $(0, \bar{q})$ werden nur Konsumenten aus Markt 1 berücksichtigt.

$$p_I(\bar{q}) \equiv a_2 = a_1 - b_1 \bar{q} \quad \rightarrow \quad \bar{q} = \frac{a_1}{b_1} - \frac{a_2}{b_1}$$

Identischer Preis für beide Märkte

Intervall II: Beide Märkte fragen nach

- Es fragen ebenfalls Konsumenten aus Markt 2 nach.
- Die gemeinsame Nachfragefunktion für Intervall II beträgt $Q_{II} = q_1 + q_2$
- Die einzelnen Nachfragefunktionen sind

$$p_i(q_i) = a_i - b_i q_i \quad \rightarrow \quad q_i(p_i) = \frac{a_i}{b_i} - \frac{p_i}{b_i}$$

- Demnach ergibt sich die aggregierte Nachfragefunktion für Intervall II zu

$$\begin{aligned} Q_{II}(p) &= \frac{a_1}{b_1} - \frac{p}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} - \frac{p}{b_2} \\ &= \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 b_2} - \frac{b_1 + b_2}{b_1 b_2} p. \end{aligned}$$

Identischer Preis für beide Märkte

Intervall II: Beide Märkte fragen nach (Fortsetzung)

- Die gemeinsame PAF ist demnach die Inverse von $Q_{II}(p)$

$$p_{II}(Q) = \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 + b_2} - \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2} Q.$$

Identischer Preis für beide Märkte

Aggregierte Preisabsatzfunktion

$$p = \begin{cases} a_1 - b_1 Q, & Q \leq \bar{q} \\ \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 + b_2} - \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2} Q, & Q > \bar{q} \end{cases}$$

Identischer Preis für beide Märkte

Gewinnmaximierung für Intervall I

- Gewinnfunktion:

$$\max_{Q_I} \pi(Q_I) = (a_1 - b_1 Q_I) Q_I - k Q_I$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = a_1 - 2b_1 Q_I - k$$

Identischer Preis für beide Märkte

- Ergebnis: Menge, Preis, Gewinn

$$Q_I = \frac{a_1 - k}{2b_1}$$

$$p_I = \frac{a_1 + k}{2}$$

$$\pi_I = \frac{(a_1 - k)^2}{4b_1}$$

Identischer Preis für beide Märkte

Gewinnmaximierung für Intervall II

- Gewinnfunktion:

$$\max_{Q_{II}} \pi(Q_{II}) = \left(\frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 + b_2} - \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2} Q_{II}\right) Q_{II} - kQ_{II}$$
$$\equiv (A - BQ_{II})Q_{II} - kQ_{II}$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = A - 2BQ_{II} - k$$

Identischer Preis für beide Märkte

- Ergebnis: Menge, Preis, Gewinn

$$Q_{II} = \frac{A-k}{2B},$$
$$p_{II} = \frac{A+k}{2},$$
$$\pi_{II} = \frac{(A-k)^2}{4B}$$

- Wobei gilt:

$$A = \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 + b_2} \quad und \quad B = \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2}$$

Identischer Preis für beide Märkte

- bzw. Menge, Preis, Gewinn

$$Q_{II} = \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1 - (b_1 + b_2)k}{2 b_1 b_2}$$

$$p_{II} = \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1 + (b_1 + b_2)k}{2(b_1 + b_2)}$$

$$\pi_{II} = \frac{(b_1 + b_2)(a_1 b_2 + a_2 b_1 - (b_1 + b_2)k)^2}{4 b_1 b_2}$$

Identischer Preis für beide Märkte

Entscheidung:

- Für $\pi_I > \pi_{II}$: wähle Preis p_I und Menge q_I.
- Für $\pi_I < \pi_{II}$: wähle Preis p_{II} und Menge q_{II}.

Differenzierte Preise

Gewinnmaximierung

- Gewinnfunktion:

$$\max_{q_1,q_2} \pi(q_1,q_2) = (a_1 - b_1 q_1)q_1 + (a_2 - b_2 q_2)q_2 - kq_1 - kq_2$$

- Notwendige Bedingungen:

$$\frac{\partial \pi(q_1)}{\partial q_1} = 0 = a_1 - 2b_1 q_1 - k$$

$$\frac{\partial \pi(q_2)}{\partial q_2} = 0 = a_2 - 2b_2 q_2 - k$$

Differenzierte Preise

- Ergebnis: Mengen, Preise

$$q_1 = \frac{a_1 - k}{2b_1}, \quad p_1 = \frac{a_1 + k}{2}$$
$$q_2 = \frac{a_2 - k}{2b_2}, \quad p_2 = \frac{a_2 + k}{2}$$

- Ergebnis: Gewinn

$$\pi_{DP} = \frac{(a_1 - k)^2}{4b_1} + \frac{(a_2 - k)^2}{4b_2}$$

Vergleich zwischen DP und IP

- Für $\pi_I > \pi_{II}$ ist sofort ersichtlich, dass auch $\pi_{DP} > \pi_I$ gilt. D.h. der Gewinn aus zwei Märkten ist höher als der Gewinn aus einem Markt alleine. Demnach werden in diesem Fall differenzierte Preise verwendet.
- Für $\pi_I < \pi_{II}$ ist zu prüfen, ob $\pi_{DP} > \pi_{II}$ gilt. Tatsächlich ist das der Fall.

$\Rightarrow$ Der Gewinn unter differenzierten Preisen ist mindestens so hoch wie der Gewinn mit einem gemeinsamen Preis.

Duopol

Annahmen

- Zwei Firmen ($i = 1, 2$)
- Unterscheidung zwischen Produkten
  - Homogene Güter
  - Heterogene Güter
- Unterscheidung der Entscheidungssituation
  - Simultane Entscheidung
  - Sequenzielle Entscheidung
- Unterscheidung der Entscheidungsvariable
  - Preiswahl
  - Mengenwahl

Simultane Entscheidung
Homogene Güter

Annahmen

- Produkte sind nicht unterscheidbar
- Konsumenten kaufen immer zum niedrigeren Preis
- Firmen haben keine Kapazitätsbeschränkung
- Keine Absprachen
- Nachfragefunktion: $Q(p) = \alpha - \beta * p$
- Preisabsatzfunktion: $p(q) = a - bQ$ mit $Q = q_1 + q_2$
- Kostenfunktion: $K_i = k_i q_i$
- Gewinnfunktion: $\pi_i = p_i q_i - K_i$

Homogene Güter
Mengenwahl (Cournot)

Mengenwahl

- Maximierung des Gewinns

$$\max_{q_1} \quad \pi_1(q_1) = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - k_1 q_1$$

- Notwendige Bedingung:

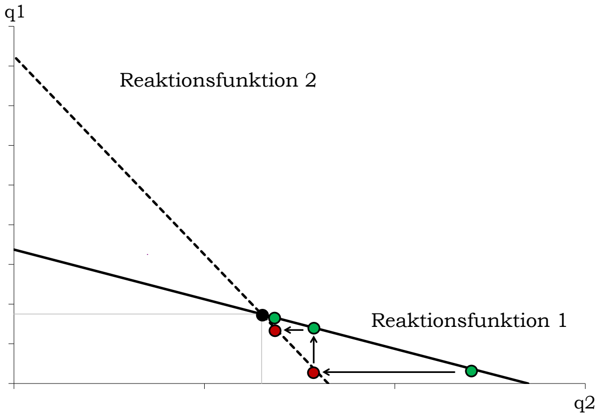
$$0 = a - 2bq_1 - bq_2 - k_1.$$

- Aufgrund der Symmetrie ergeben sich die Reaktionsfunktionen

$$q_1(q_2) = \frac{a - k_1}{2b} - \frac{q_2}{2}$$
$$q_2(q_1) = \frac{a - k_2}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen

Annäherung ans Cournot Gleichgewicht



Mengenwahl

- Gleichgewicht im Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen

$$q_1(q_2) = \frac{a-k_1}{2b} - \frac{1}{2}\left(\frac{a-k_2}{2b} - \frac{q_1}{2}\right),$$

- Aufgrund der Symmetrie ergeben sich Gleichgewichtsmengen

$$q_1 = \frac{a-2k_1+k_2}{3b}; \quad q_2 = \frac{a-2k_2+k_1}{3b},$$

- Gesamtmenge

$$Q = \frac{2a-k_1-k_2}{3b},$$

Mengenwahl

- Gleichgewichtspreis

$$p = \frac{a + k_1 + k_2}{3}.$$

- Gleichgewichtsgewinn

$$\pi_1 = \frac{(a - 2k_1 + k_2)^2}{9b}; \quad \pi_2 = \frac{(a + k_1 - 2k_2)^2}{9b}.$$

Mengenwahl

Ergebnis im *Cournot*-Wettbewerb

- Marktpreis und Gesamtmenge

$$p^C = \frac{a + k_1 + k_2}{3}; \quad Q^C = \frac{2a - k_1 - k_2}{3b}$$

- Firmen

$$q_i^C = \frac{a - 2k_i + k_j}{3b}; \quad \pi_i^C = \frac{(a - 2k_i + k_j)^2}{9b};$$

Strategische Substitute

- Im Cournot Modell werden die Entscheidungsvariablen (Mengen) als *strategische Substitute* bezeichnet.
- In dem Fall ist die beste Antwort auf eine Erhöhung der Produktionsmenge des Konkurrenten eine Minderung der eigenen Produktion.

Siehe Pepall et al. (2005, 241-243).

Homogene Güter
Preiswahl (Bertrand)

Preiswahl

Überlegung

- Konsumenten kaufen zum günstigsten Preis
- Der Stückkostenfaktor liegt bei k_i
- Die Nachfrage hängt vom Preis ab:

$$q_i = \begin{cases} 0, & \text{wenn } p_i > \frac{\alpha}{\beta} \text{ oder } p_i > p_j; \\ \frac{1}{2}(\alpha - \beta p_i), & \text{wenn } p_i = p_j < \frac{\alpha}{\beta}; \\ \alpha - \beta p_i, & \text{wenn } p_i < p_j \text{ und } p_i < \frac{\alpha}{\beta} \,. \end{cases}$$

Preiswahl

Gleichgewicht

- Gegenseitiges unterbieten bis der Stückkostenfaktor erreicht ist
- $k_i = k_j = k$
  Bertrand Paradox: $p_i = p_j = k$. Ein Wettberwerb mit zwei Firmen führt zum gleichen Ergebnis wie im vollkommenen Wettbewerb
- $k_i < k_j$
  i unterbietet j knapp und bedient die gesamte Nachfrage: $p = k_j - \varepsilon$ $(\varepsilon \to 0)$
- $k_i > k_j$
  i wird im Preis unterboten und kann aufgrund der Stückkosten nicht weiter im Preis reduzieren. Daher wird i nicht produzieren.

Preiswahl

Ergebnis im *Bertrand*-Wettbewerb

- Marktpreis und Gesamtmenge

$$p^B = \max\{k_i, k_j\}; \quad Q^B = \alpha - \beta \max\{k_i, k_j\}$$

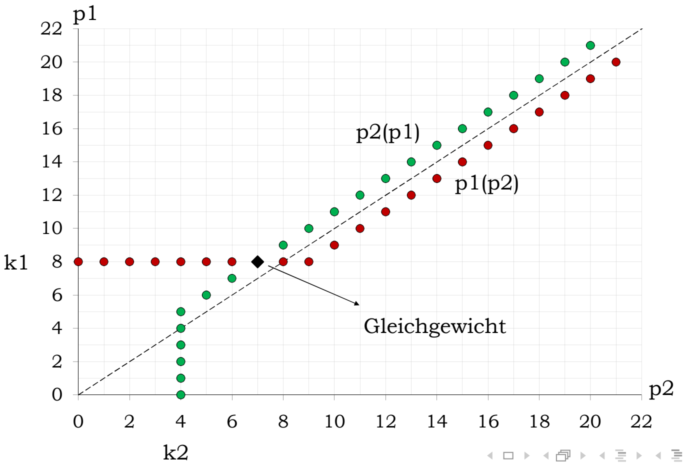
- Firmen

$$q_i^B = \begin{cases} 0, & \text{wenn } k_i > \frac{\alpha}{\beta} \text{ oder } k_i > k_j; \\ \frac{1}{2}(\alpha - \beta k_i), & \text{wenn } k_i = k_j < \frac{\alpha}{\beta}; \\ \alpha - \beta k_j, & \text{wenn } k_i < k_j \text{ und } k_i < \frac{\alpha}{\beta}. \end{cases}$$

$$\pi_i^B = \begin{cases} 0, & \text{wenn } k_i > \frac{\alpha}{\beta} \text{ oder } k_i \geq k_j; \\ (\alpha - \beta k_j)(k_j - k_i), & \text{wenn } k_i < k_j \text{ und } k_i < \frac{\alpha}{\beta}. \end{cases}$$

Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen

Annäherung ans Bertrand Gleichgewicht



Strategische Komplemente

- Im Bertrand Modell werden die Entscheidungsvariablen (Preise) als *strategische Komplemente* bezeichnet.
- In dem Fall ist die beste Antwort auf eine Erhöhung der Preises des Konkurrenten eine Erhöhung des eigenen Preises.

Siehe Pepall et al. (2005, 241-243).

Heterogene Güter

Annahmen

- 2 Produkte sind Quasi-Substitute
- Firmen haben keine Kapazitätsbeschränkung
- Keine Absprachen
- Nachfragefunktionen:
  $q_1 = \alpha - \beta p_1 + \gamma p_2,\; q_2 = \alpha - \beta p_2 + \gamma p_1$
- Preisabsatzfunktionen:
  $p_1 = a - bq_1 - dq_2,\; p_2 = a - bq_2 - dq_1$
- Es gilt

$$\alpha = \frac{a(b-d)}{b^2-d^2}, \quad \beta = \frac{b}{b^2-d^2}, \quad \gamma = \frac{d}{b^2-d^2}$$

Annahmen

- Eigenpreiseffekt (b) vs. Kreuzpreiseffekt (d)
  - $b^2 > d^2$ und $b > 0$
  - Produkte sind perfekte Substitute für $b^2 = d^2$.
  - Produkte sind unabhängig voneinander für $d^2 = 0$.
- Kostenfunktion: $K_i = k_i q_i$
- Gewinnfunktion: $\pi_i = p_i q_i - K_i$

Heterogene Güter
Mengenwahl

Mengenwahl

- Maximierung des Gewinns

$$\max_{q_1} \quad \pi_1(q_1) = (a - bq_1 - dq_2)q_1 - k_1 q_1$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = a - 2bq_1 - dq_2 - k_1.$$

- Aufgrund der Symmetrie ergeben sich die Reaktionsfunktionen

$$q_1(q_2) = \frac{a - dq_2 - k_1}{2b}$$
$$q_2(q_1) = \frac{a - dq_1 - k_2}{2b}.$$

Mengenwahl

- Gleichgewicht im Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen

$$q_1(q_2) = \frac{a - d\left(\frac{a-dq_1-k_2}{2b}\right) - k_1}{2b},$$

- Aufgrund der Symmetrie ergeben sich Gleichgewichtsmengen

$$q_1 = \frac{(2b-d)a - 2bk_1 + dk_2}{4b^2 - d^2}$$
$$q_2 = \frac{(2b-d)a - 2bk_2 + dk_1}{4b^2 - d^2}.$$

Mengenwahl

- Gleichgewichtspreise

$$p_1 = \frac{b(2b-d)a + (2b^2-d^2)k_1 + bdk_2}{4b^2-d^2}$$
$$p_2 = \frac{b(2b-d)a + (2b^2-d^2)k_2 + bdk_1}{4b^2-d^2},$$

- Gleichgewichtsgewinn

$$\pi_1 = b\left(\frac{(2b-d)a - 2bk_1 + dk_2}{4b^2-d^2}\right)^2$$
$$\pi_2 = b\left(\frac{(2b-d)a - 2bk_2 + dk_1}{4b^2-d^2}\right)^2$$

Komparative Statik

- Für $k_1 = k_2 = 0$ ergeben sich folgende Marktergebisse

$$q_i^C = \frac{a}{2b+d}; \quad p_i^C = \frac{ab}{2b+d}; \quad \pi_i^C = \frac{a^2 b}{(2b+d)^2}$$

- Parametervariation
  - Ein höheres a verschiebt die Nachfrage nach außen und führt zu höheren Mengen, Preisen und Gewinnen.
  - Eine höhere Differenzierung ($b^2 - d^2$ steigt) führt zu höheren Mengen, Preisen und Gewinnen (extremste Differenzierung: 2 Monopole).

Heterogene Güter
Preiswahl

Preiswahl

- Maximierung des Gewinns

$$\max_{p_1} \quad \pi_1(p_1) = (p_1 - k_1)(\alpha - \beta p_1 + \gamma p_2)$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = \alpha - \beta p_1 + \gamma p_2 - \beta p_1 + \beta k_1$$

- Aufgrund der Symmetrie ergeben sich die Reaktionsfunktionen

$$p_1(p_2) = \frac{\alpha + \beta k_1}{2\beta} + \frac{\gamma}{2\beta} p_2$$

$$p_2(p_1) = \frac{\alpha + \beta k_2}{2\beta} + \frac{\gamma}{2\beta} p_1$$

Preiswahl

- Gleichgewicht im Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen

$$p_1(p_2) = \frac{\alpha + \beta k_1}{2\beta} + \frac{\gamma}{2\beta}\left(\frac{\alpha + \beta k_2}{2\beta} + \frac{\gamma}{2\beta} p_1\right),$$

- Aufgrund der Symmetrie ergeben sich Gleichgewichtspreise

$$p_1 = \frac{\alpha}{2\beta - \gamma} + \frac{\beta(2\beta k_1 + \gamma k_2)}{4\beta^2 - \gamma^2}$$
$$p_2 = \frac{\alpha}{2\beta - \gamma} + \frac{\beta(2\beta k_2 + \gamma k_1)}{4\beta^2 - \gamma^2}.$$

Preiswahl

- Gleichgewichtsmengen

$$q_1 = \frac{\alpha\beta}{2\beta-\gamma} + \beta\frac{\beta\gamma k_2 - (2\beta^2-\gamma^2)k_1}{4\beta^2-\gamma^2}$$
$$q_2 = \frac{\alpha\beta}{2\beta-\gamma} + \beta\frac{\beta\gamma k_1 - (2\beta^2-\gamma^2)k_2}{4\beta^2-\gamma^2}$$

- Gleichgewichtsgewinn

$$\pi_1^B = \beta\left(\frac{\alpha}{2\beta-\gamma} + \frac{\beta\gamma k_2 - (2\beta^2-\gamma^2)k_1}{4\beta^2-\gamma^2}\right)^2$$
$$\pi_2^B = \beta\left(\frac{\alpha}{2\beta-\gamma} + \frac{\beta\gamma k_1 - (2\beta^2-\gamma^2)k_2}{4\beta^2-\gamma^2}\right)^2.$$

Komparative Statik

- Für $k_1 = k_2 = 0$ ergeben sich folgende Marktergebisse [1]

$$p_1^B = \frac{a(b-d)}{2b-d}; \quad q_1^B = \frac{ab}{(2b-d)(b+d)}$$

$$\pi_1^B = \frac{a^2 b(b-d)}{(2b-d)^2(b+d)}$$

- Parametervariation
  - Ein höheres a verschiebt die Nachfrage nach außen und führt zu höheren Mengen, Preisen und Gewinnen.
  - Eine höhere Differenzierung ($b^2 - d^2$ steigt) führt zu höheren Mengen, Preisen und Gewinnen (extremste Differenzierung: 2 Monopole).

[1] Zur Berechnung dieser Ergebnisse müssen die Annahmen von Folie 58 berücksichtigt werden

Cournot vs. Bertrand

Preise

- Preise in Cournot sind höher als in Bertrand

$$p^C - p^B = \frac{ab}{2b+d} - \frac{a(b-d)}{2b-d} = \frac{ad^2}{4b^2-d^2} > 0$$

Cournot vs. Bertrand

Mengen

- Mengen in Cournot sind geringer als in Bertrand

$$q^C - q^B = \frac{a}{2b+d} - \frac{ab}{(2b-d)(b+d)}$$
$$= \frac{-ad^2}{(4b^2-d^2)(b+d)} < 0$$

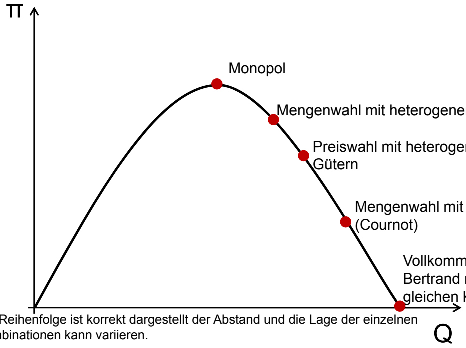
Cournot vs. Bertrand

Gewinne

- Gewinne in Cournot sind höher als in Bertrand

$$\pi^C - \pi^B = \frac{a^2 b}{(2b+d)^2} - \frac{a^2 b(b-d)}{(2b-d)^2(b+d)}$$
$$= \frac{2a^2 b d^3}{(4b^2-d^2)(b+d)} > 0$$

Vergleich des Gesamtgewinns[2]



Die Reihenfolge ist korrekt dargestellt der Abstand und die Lage der einzelnen Kombinationen kann variieren.

---

[2] Die Reihenfolge zwischen „Preiswahl mit heterogenen Gütern" und „Mengenwahl mit homogenen Gütern (Cournot)" ist nicht eindeutig bestimmt. Es gibt Faktorkombinationen für die „Preiswahl mit heterogenen Gütern" zu einem niedrigeren Gewinn führen kann als „Mengenwahl mit homogenen Gütern".

Sequenzielle Entscheidung
Homogene Güter

Annahmen (wie im simultanen Spiel)

- Produkte sind nicht unterscheidbar
- Konsumenten kaufen immer für den niedrigeren Preis
- Firmen haben keine Kapazitätsbeschränkung
- Keine Absprachen
- Nachfragefunktion: $Q(p) = \alpha - \beta * p$
- Preisabsatzfunktion: $p(q) = a - bQ$ mit $Q = q_1 + q_2$
- Kostenfunktion: $K_i = kq_i$
- Gewinnfunktion: $\pi_i = p_i q_i - K_i$

Entscheidung

- Sequenzielle Entscheidung
- Stufe 1: Firma 1 entscheidet
- Stufe 2: Firma 2 entscheidet
- Lösung durch Rückwärtsinduktion

Homogene Güter
Mengenwahl (Stackelberg)

Mengenwahl

- Maximierung des Gewinns in Stufe 2 gegeben der Entscheidung aus Stufe 1

$$\max_{q_2} \quad \pi_2(q_2) = (a - b(q_1 + q_2))q_2 - k_2 q_2$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = a - 2bq_2 - bq_1 - k_2.$$

- Reaktionsfunktion von Firma 2

$$q_2(q_1) = \frac{a - k_2}{2b} - \frac{q_1}{2}.$$

Mengenwahl

- Maximierung des Gewinns in Stufe 1 gegeben der zukünftigen Entscheidung aus Stufe 2

$$\max_{q_1} \quad \pi_1(q_1) = (a - b(q_1 + \frac{a-k_2}{2b} - \frac{q_1}{2})q_1 - k_1 q_1$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = a - 2bq_1 - \frac{a-k_2}{2} + bq_1 - k_1.$$

- Gleichgewichtsmenge für Firma 1

$$q_1 = \frac{a - 2k_1 + k_2}{2b}.$$

Mengenwahl

Substitution in $q_2(q_1)$ führt zu den weiteren Ergebnissen

- Mengen

$$q_2 = \frac{a + 2k_1 - 3k_2}{4b}; \quad Q = \frac{3a - 2k_1 - k_2}{4b}$$

- Preise

$$p = \frac{a + 2k_1 + k_2}{4}$$

- Gewinne

$$\pi_1^S = \frac{(a - 2k_1 + k_2)^2}{8b}; \quad \pi_2^S = \frac{(a + 2k_1 - 3k_2)^2}{16b}$$

Mengenwahl

- Im Gleichgewicht ist die Menge des Stackelbergführers (leader) größer als die Menge des Stackelbergnachfolgers (follower).

Mengenwahl

Komparative Statik

- Preise sind niederiger als a. Es gilt $3a > 2k_1 + k_2$ (sonst $q_i < 0$). Ein steigendes a erhöht die Mengen, die Preise und die Gewinne.
- Ein steigendes b verringert die Mengen bei konstantem Preis. Demnach sinken die Gewinne.

Vergleich zu simultanen Entscheidungen

$k_1 = k_2 = 0$

- Preise (C=Cournot, S= Stackelberg)

$$p^C - p^S = \frac{a}{3} - \frac{a}{4} = \frac{a}{12} > 0$$

Niedrigere Preise in Stackelberg.

Vergleich zu simultanen Entscheidungen

$k_1 = k_2 = 0$

- Mengen

$$Q^C - Q^S = \frac{2a}{3b} - \frac{3a}{4b} = \frac{-a}{12b} < 0$$

Höhere Gesamtmengen in Stackelberg.

- Mengen

$$q_1^C - q_1^S = \frac{a}{3b} - \frac{a}{2b} = \frac{-a}{6b}$$
$$q_2^C - q_2^S = \frac{a}{3b} - \frac{a}{4b} = \frac{a}{12b}$$

Menge des Führers liegen über der Cournot Menge und Menge des Nachfolgers unter der Cournot Menge.

Vergleich zu simultanen Entscheidungen

$k_1 = k_2 = 0$

- Gewinne

$$\pi_1^C - \pi_1^S = \frac{a^2}{9b} - \frac{a^2}{8b} = \frac{-a^2}{72b}$$
$$\pi_2^C - \pi_2^S = \frac{a^2}{9b} - \frac{a^2}{16b} = \frac{7a^2}{144b}$$

Gewinn des Führers liegt über dem Cournot Gewinn und Gewinn des Nachfolgers unter dem Cournot Gewinn.

Homogene Güter
Preiswahl

Preiswahl

- Lösung durch Rückwärtsinduktion.
- Firma 2 unterschreitet Preis 1 geringfügig, solange seine Stückkosten Preis 1 unterschreiten.
- Preis 1 unterschreitet die Stückosten von Firma 2, solange diese über den Stückkosten von Firma 1 liegen
- Ergebnis wie im simultanen Bertrand.

Heterogene Güter

Annahmen (wie im simultanen Spiel)

- 2 Produkte sind Quasi-Substitute
- Firmen haben keine Kapazitätsbeschränkung
- Keine Absprachen
- Nachfragefunktionen:
  $q_1 = \alpha - \beta p_1 + \gamma p_2$, $q_2 = \alpha - \beta p_2 + \gamma p_1$
- Preisabsatzfunktionen:
  $p_1 = a - bq_1 - dq_2$, $p_2 = a - bq_2 - dq_1$
- Es gilt

$$\alpha = \frac{a(b-d)}{b^2-d^2}, \quad \beta = \frac{b}{b^2-d^2}, \quad \gamma = \frac{d}{b^2-d^2}$$

Annahmen

- Eigenpreiseffekt (b) vs. Kreuzpreiseffekt (d)
  - $b^2 > d^2$ und $b > 0$
  - Produkte sind perfekte Substitute für $b^2 = d^2$.
  - Produkte sind unabhängig voneinander für $d^2 = 0$.
- Kostenfunktion: $K_i = k_i q_i$
- Gewinnfunktion: $\pi_i = p_i q_i - K_i$

Heterogene Güter
Mengenwahl
Wird nicht betrachtet

Heterogene Güter
Preiswahl

Preiswahl

- Vereinfachende Annahme: Kosten (K_i) sind gleich 0
- Maximierung des Gewinns in Stufe 2 gegeben der Entscheidung aus Stufe 1.
- Reaktionsfunktion ergibt sich wie in der simultanen Entscheidung.
- Reaktionsfunktion von Firma 2

$$p_2(p_1) = \frac{1}{2\beta}(\alpha + \gamma p_1).$$

Preiswahl

- Maximierung des Gewinns in Stufe 1 gegeben der zukünftigen Entscheidung aus Stufe 2

$$\max_{p_1} \quad \pi_1(p_1) = p_1(\alpha - \beta p_1 + \frac{\gamma}{2\beta}(\alpha + \gamma p_1))$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = p_1(-\beta + \frac{\gamma^2}{2\beta}) + (\alpha - \beta p_1 + \frac{\gamma}{2\beta}(\alpha + \gamma p_1))$$

- Gleichgewichtspreis für Firma 1

$$p_1 = \frac{\alpha(2\beta + \gamma)}{2(2\beta^2 - \gamma^2)}.$$

Preiswahl

Substitution in $p_2(p_1)$ führt zu den weiteren Ergebnissen

- Preis für Firma 2

$$p_2 = \frac{\alpha(4\beta^2 - \gamma^2 + 2\beta\gamma)}{(4\beta(2\beta^2 - \gamma^2))}$$

- Mengen

$$q_1 = \frac{\alpha(2\beta + \gamma)}{4\beta}; \quad q_2 = \frac{\alpha(4\beta^2 - \gamma^2 + 2\beta\gamma)}{(4(2\beta^2 - \gamma^2))}$$

- Gewinne

$$\pi_1 = \frac{\alpha^2(2\beta + \gamma)^2}{8\beta(2\beta^2 - \gamma^2)}; \quad \pi_2 = \frac{\alpha^2(4\beta^2 - \gamma^2 + 2\beta\gamma)^2}{16\beta(2\beta^2 - \gamma^2)^2}$$

Anmerkungen

- Erhöht Firma 1 seinen Preis, erhöht Firma 2 ebenfalls seinen Preis.
- Demnach werden die Aktionen der Spieler als strategische Komplemente betrachtet.
- Firma 2 hat demnach einen geringeren Preis, eine größere Menge und einen größeren Gewinn als Firma 1.
- Die Situation führt zu einem *Second Mover Advantage*.

Vergleich zu simultanen Entscheidungen

- Sequenzielle Entscheidungen führen zu höheren Preisen für beide Firmen.
- Sequenzielle Entscheidungen führen dazu, dass die insgesamt abgesetzte Menge sinkt.

Preiswahlmodell mit Kapazitätsbeschränkungen

Kreps und Scheinkman 1983

Annahmen

- 2 symmetrische Firmen ($i = 1, 2$) bieten ein homogenes Gut an
- 2 Stufen:
  - Stufe 1: Unternehmen wählen Kapazitäten (x_i)
  - Stufe 2: Unternehmen wählen Verkaufspreise (p_i)
- Keine Kosten
- Lösung durch Rückwärtsinduktion

Annahmen

- Die Nachfrage von Unternehmen *i* ist abhängig von den Preisen und den Kapazitäten:

$$q_i = \begin{cases} min\left(x_i, Q(p_i)\right), & \text{wenn } p_i < p_j \\ min\left(x_i, \frac{Q(p_i)}{2} + max\left(0, \frac{Q(p_i)}{2} - x_j\right)\right), & \text{wenn } p_i = p_j \\ min\left(x_i, max(0, Q(p_i) - x_j)\right), & \text{wenn } p_i > p_j \end{cases}$$

- Wobei folgende Nachfrage angenommen wird:

$$p_i(Q) = a - bQ \Rightarrow Q(p_i) = \frac{a}{b} - \frac{p_i}{b}.$$

Stufe 2

- Unternehmen werden über die vom Konkurrenten gewählte Kapazität informiert.
- Ein Unternehmen kann maximal soviele Produkte verkaufen wie in Stufe 1 produziert wurden ($q_i \leq x_i$).
- Unternehmen wählen simultan ihre Preise.

Stufe 2

- Bei einem markträumenden Preis $p(X)$ entspricht die Nachfrage der Gesamtkapazität $X = x_1 + x_2$.

$$p(X) = a - b(x_i + x_j)$$

- Die beiden Anbieter werden sich solange in den Preisen unterbieten, bis $p(X)$ erreicht ist.
- Bei einem höheren Preis $p_i > p(X)$ haben Anbieter den Anreiz den Konkurrenten marginal zu unterbieten, um die gesamte Kapazität absetzen können.
  - Vergleiche Preiswettbewerb mit homogenen Gütern ohne Kapazitätsbeschränkungen
- Ein niedrigerer Preis lohnt sich nicht, da ein Anbieter nicht mehr als x_i Einheiten vertreiben kann.

Stufe 1

- Maximierung des Gewinns unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus Stufe 2:

$$\max_{x_i} \quad \pi_i(x_i) = (a - b(x_i + x_j))x_i.$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = a - 2bx_i - bx_j.$$

- Aufgrund der Symmetrie ergeben sich die Reaktionsfunktionen:

$$x_1(x_2) = \frac{a - bx_2}{2b},$$
$$x_2(x_1) = \frac{a - bx_1}{2b}.$$

Stufe 1

- Gleichgewicht im Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen:

$$x_1 = x_2 = \frac{a}{3b}$$

- Marktpreis und Gesamtmenge:

$$p = \frac{a}{3}; \quad Q = \frac{2a}{3b}$$

- Gewinn:

$$\pi_1 = \pi_2 = \frac{a^2}{9b}$$

Ergebnis

- Durch Kapaziätsbeschränkungen ergibt sich in einem Preiswahlmodell das Cournotgleichgewicht.
- Im Vergleich zu einem Preiswahlmodell ohne Kapazitätsbeschränkungen
  - steigt der Preis,
  - sinkt die angebotene Menge,
  - steigen die Gewinne beider Anbieter.

Supply Chains

Annahmen

- 2 Stufen
- Ein homogenes Gut, ein Produzent
- Stufe 1 (Produktion):
  Ein Produkt wird produziert und an den/die Händler zum Preis w verkauft.
  $\Rightarrow$ Der Produzent entscheidet über den Großhandelspreis w.
- Stufe 2 (Einzelhändler):
  Der/Die Händler bedienen die Nachfrage der Konsumenten zum Preis p.
  $\Rightarrow$ Der/Die Händler entscheiden über die zu bedienende Nachfragemenge $q(w)$.

Annahmen

- Nachfragefunktion: $p = a - bq$
- Produzent (M):
  - Stückkosten: c
  - Gewinn: $\pi_M = (w - c)q$
- Händler (R_i)
  - Stücktransaktionskosten: k
  - Gewinn: $\pi_{Ri} = (p - w - k)q_i$

Übersicht

- Vertikale Separation - Ein Händler
- Vertikale Separation - Zwei Händler
- Vertikale Separation - Vollkommene Konkurrenz
- Vertikale Integration
- Verleich der Ergebnisse

Vertikale Separation
Ein Händler
(Carlton und Perloff 2000)

Annahmen

- Lösung durch Rückwärtsinduktion
- Stufe 2: Gewinnmaximierung des Händlers, Mengenwahl
- Stufe 1: Gewinnmaximierung des Produzenten, Preiswahl

Stufe 2

- Maximierung der Gewinnfunktion:

$$\max_{q} \pi_R = (a - bq - (w + k))q$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = a - 2bq - (w + k)$$

- Reaktionsfunktion

$$q(w) = \frac{a - (w + k)}{2b}$$

Stufe 1

Produzent antizipiert die Wahl des Händlers

- Maximierung der Gewinnfunktion:

$$\max_{w} \pi_M = (w-c)q(w) = (w-c)\frac{a-(w+k)}{2b}$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = \frac{a-(w+k)-(w-c)}{2b}$$

- Großhandelspreis im Gleichgewicht

$$w = \frac{a+(c-k)}{2}$$

Gleichgewicht

- Produktionsmenge

$$q = \frac{a-(c+k)}{4b}$$

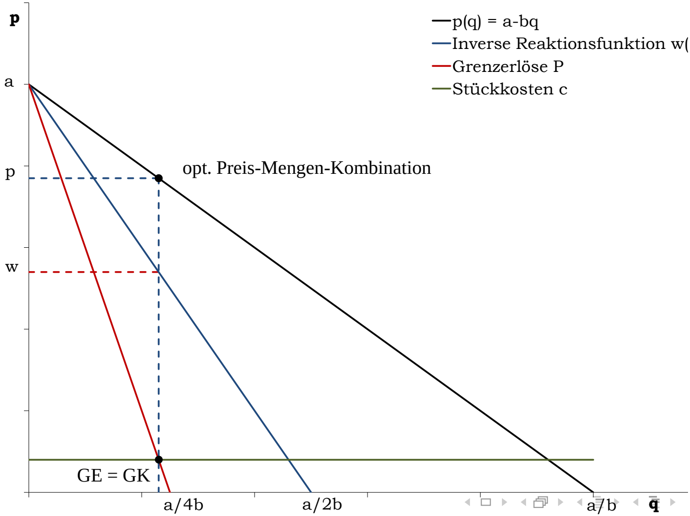
- Marktpreis

$$p = \frac{3a+(c+k)}{4}$$

- Gewinne

$$\pi_R = \frac{(a-(c+k))^2}{16b}$$
$$\pi_M = \frac{(a-(c+k))^2}{8b}$$

Grafische Analyse



Vertikale Separation
Zwei Händler
(Carlton und Perloff 2000)

Annahmen

- Lösung durch Rückwärtsinduktion
- Stufe 2:
  - Gewinnmaximierung der Händler R_1, R_2
  - Mengenwahl q_1, q_2 (Cournot)
  - Gesamtmenge $q = q_1 + q_2$
- Stufe 1: Gewinnmaximierung des Produzenten, Preiswahl

Stufe 2

- Maximierung der Gewinnfunktion in Stufe 2 (Analog R_2)

$$\max_{q_1} \pi_{R1} = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - (w + k)q_1$$

- Notwendige Bedingung

$$0 = a - 2bq_1 - bq_2 - (w + k)$$

- Reaktionsfunktion (Analog R_2)

$$q_1 = \frac{a - bq_2 - (w + k)}{2b}$$

Stufe 2

- Schnittpunkt der Reaktionsfunktion ergibt Mengen der Händler

$$q_1 = \frac{a-(w+k)}{3b}$$
$$q_2 = \frac{a-(w+k)}{3b}$$

- und die Gesamtmenge

$$q(w) = \frac{2(a-(w+k))}{3b}$$

Stufe 1

Produzent antizipiert die Wahl der Händler

- Maximierung der Gewinnfunktion:

$$\max_{w} \pi_M = (w-c)q(w) = (w-c)\frac{2(a-(w+k))}{3b}$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = \frac{2(a-2w-k+c)}{3b}$$

- Großhandelspreis im Gleichgewicht

$$w = \frac{a+(c-k)}{2}$$

Gleichgewicht

- Produktionsmenge

$$q = \frac{a-(c+k)}{3b}$$
$$q_i = \frac{a-(c+k)}{6b}$$

- Marktpreis

$$p = \frac{2a+(c+k)}{3}$$

- Gewinne

$$\pi_{Ri} = \frac{(a-(c+k))^2}{36b}$$
$$\pi_M = \frac{(a-(c+k))^2}{6b}$$

Vertikale Separation
Vollkommene Konkurrenz

Annahmen

- Lösung durch Rückwärtsinduktion
- Stufe 2:
  Vollkommene Konkurrenz, Preis = Grenzkosten
- Stufe 1: Gewinnmaximierung des Produzenten, Preiswahl

Stufe 2

- Preis = Grenzkosten
- Grenzkosten $w + k$
- $p = w + k$
- $q(w) = \alpha - \beta(w + k)$
- $q(w) = \frac{a}{b} - \frac{1}{b} * (w + k)$

Stufe 1

Produzent antizipiert die Wahl der Händler

- Maximierung der Gewinnfunktion:

$$\max_{w} \pi_M = (w-c)q(w) = (w-c)(\alpha - \beta(w+k))$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = \alpha + \beta(c-k) - 2\beta w$$

- Großhandelspreis im Gleichgewicht

$$w = \frac{\alpha + \beta(c-k)}{2\beta} = \frac{a+(c-k)}{2}$$

Gleichgewicht

- Produktionsmenge

$$q = \frac{1}{2}(\alpha - \beta(c+k))$$

- Marktpreis

$$p = \frac{\alpha + \beta(c+k)}{2\beta}$$

- Gewinne

$$\pi_{Ri} = 0$$

$$\pi_M = \frac{(\alpha - \beta(c+k))^2}{4\beta}$$

Vertikale Integration
Produzent fusioniert mit den Händler/n

Annahmen

- Produzent wird Monopolist
- Produzent auch = Händler
- Stückkosten: $c + k$
- Standard-Monopolergebnis resultiert

Gleichgewicht

- Produktionsmenge

$$q = \frac{a-(c+k)}{2b}$$

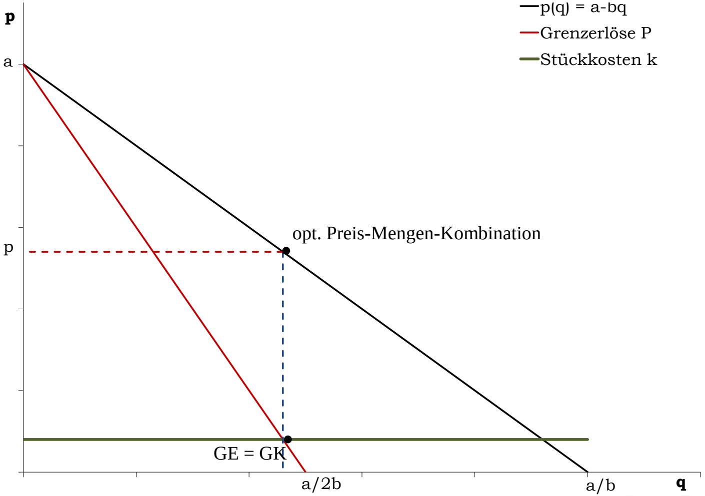
- Marktpreis

$$p = \frac{a+(c+k)}{2}$$

- Gewinn

$$\max_{w} \pi_M = \frac{(a-(c+k))^2}{4b}$$

Grafische Analyse



Vergleich der Supply Chains

Vergleich

- Vergleich der Ergebnisse
  - **V**ertikale Integration
  - Vertikale Separation - Vollkommene **K**onkurrenz
  - Vertikale Separation - **Z**wei Händler
  - Vertikale Separation - **E**in Händler

Marktpreise

- Wettbewerb zwischen den Händlern mindert den Marktpreis.

$$
\begin{aligned}
p^E &= \frac{3a+(c+k)}{4} \\
> p^Z &= \frac{2a+(c+k)}{3} \\
> p^K &= \frac{a+(c+k)}{2} (= p^V)
\end{aligned}
$$

Großhandelspreis

- Der Produzent setzt immer den gleichen (Großhandels)Preis,
  unabhängig vom Wettbewerb der Händler.

$$w^E = w^Z = w^K = \frac{a+(c-k)}{2} (= p^V)$$

Mengen

- Wettbewerb zwischen den Händlern erhöht die Menge.

$$
\begin{aligned}
q^E &= \frac{a-(c+k)}{4b} \\
< q^Z &= \frac{a-(c+k)}{3b} \\
< q^K &= \frac{a-(c+k)}{2b} (= q^V)
\end{aligned}
$$

Mengen

- Wettbewerb zwischen den Händlern mindert den Gewinn jedes Händlers und die Summe der Gewinne über alle Händler.

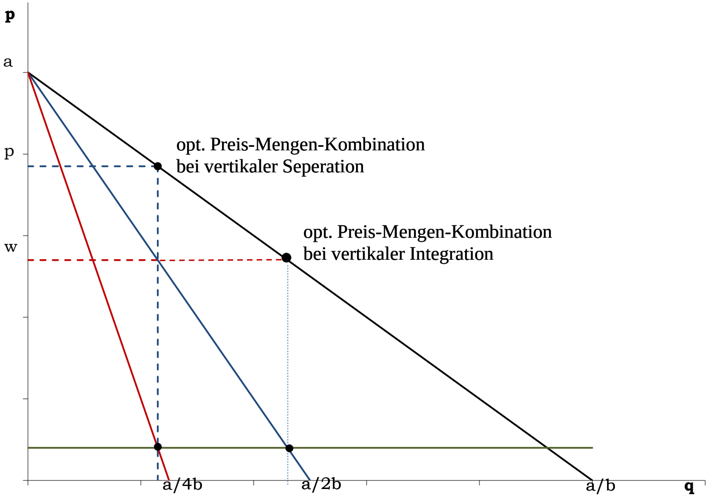
$$
\begin{aligned}
\pi_R^E &= \frac{(a-(c+k))^2}{16b} \\
> 2\pi_{R_i}^Z &= \frac{(a-(c+k))^2}{18b} \\
> \sum \pi_{R_i}^K &= 0
\end{aligned}
$$

Mengen

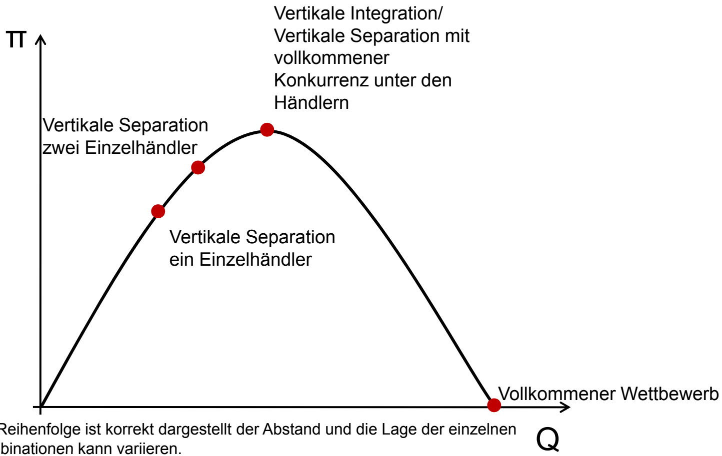
- Wettbewerb zwischen den Händlern erhöht den Gewinn des Produzenten.

$$\begin{aligned} \pi^E &= \frac{(a-(c+k))^2}{8b} \\ < \pi^Z &= \frac{(a-(c+k))^2}{6b} \\ < \pi^K &= \frac{(a-(c+k))^2}{4b} (= \pi^V) \end{aligned}$$

Separation vs. Integration (Ein Händler)



Vergleich des Gesamtgewinns



Die Reihenfolge ist korrekt dargestellt der Abstand und die Lage der einzelnen Kombinationen kann variieren.

Strategische Lagerhaltung in Supply Chains

Anand, Anupindi und Bassok 2008

Annahmen

- 2 Perioden, 4 Stufen
- Ein homogenes Gut, ein Produzent, ein Händler
- **Stufe 1** (Produzent Periode 1):
  - Ein Produkt wird produziert und an den/die Händler zum Preis w_1 verkauft.
- **Stufe 2** (Händler Periode 1):
  - Der Händler kauft Waren vom Produzenten und entscheidet über Verkaufsmenge (q_1) und Lagermenge (L).
- **Stufe 3** (Produzent Periode 2):
  - Ein Produkt wird produziert und an den/die Händler zum Preis w_2 verkauft.
- **Stufe 4** (Händler Periode 4):
  - Der Händler kauft Waren vom Produzenten und entscheidet über Verkaufsmenge (q_2).

Annahmen

- Nachfragefunktion:

$$p_1(q_1) = a - bq_1$$
$$p_2(q_2) = a - bq_2$$

- Gewinnfunktionen:
  - Produzent

$$\pi_M = w_1(q_1 + L) + w_2(q_2 - L)$$

  - Händler

$$\begin{aligned}\pi_R &= p_1(q_1)q_1 - w_1(q_1 + L) + p_2(q_2)q_2 - w_2(q_2 - L) - hL \\ &= [p_1(q_1) - w_1]q_1 + [p_2(q_2) - w_2]q_2 - [w_1 - w_2 + h]L\end{aligned}$$

Annahmen

- Lösung durch Rückwärtsinduktion

  Stufe 4: Gewinnmaximierung des Händlers, Mengenwahl (q_2).

  Stufe 3: Gewinnmaximierung des Produzenten, Preiswahl (w_2).

  Stufe 2: Gewinnmaximierung des Händlers, Mengenwahl (q_1, L)

  Stufe 1: Gewinnmaximierung des Produzenten, Preiswahl (w_1).

Stufe 4: q_2

- Maximierung der Gewinnfunktion des Händlers:

$$\pi_R = [p_1(q_1) - w_1]q_1 + [a - bq_2 - w_2]q_2 - [w_1 - w_2 + h]L$$

- Notwendige Bedingung:

$$\frac{\delta \pi_R}{\delta q_2} = a - 2bq_2 - w_2 \equiv 0$$

- Reaktionsfunktion Händler Periode 2:

$$q_2(w_2) = \frac{a - w_2}{2b}$$

Stufe 3: w_2

- Produzent antizipiert die Wahl des Händlers
  - Maximierung der Gewinnfunktion des Produzenten:

$$\begin{aligned}\pi_M &= w_1(q_1+L)+w_2(q_2-L)\\ &= w_1(q_1+L)+w_2\left(\frac{a-w_2}{2b}-L\right)\end{aligned}$$

  - Notwendige Bedingung:

$$\frac{\delta \pi_M}{\delta w_2}=\frac{a-2w_2}{2b}-L\equiv 0$$

  - Reaktionsfunktion Produzent Periode 2:

$$w_2(L)=\frac{a}{2}-bL$$

  - Reaktionsfunktion Händler Periode 2:

$$q_2(w_2)=\frac{a-w_2}{2b}=\frac{a}{4b}+\frac{L}{2}$$

Stufe 2: q_1, L

- Händler antizipiert die Wahl des Produzenten
  - Maximierung der Gewinnfunktion des Händlers:

$$\begin{aligned}\pi_R =& [a - bq_1 - w_1]q_1 + [a - bq_2 - w_2]q_2 - [w_1 - w_2 + h]L \\ =& [a - bq_1 - w_1]q_1 + \left[\frac{a}{4} + \frac{bL}{2}\right]\left[\frac{a}{4b} + \frac{L}{2}\right] - \left[w_1 - \frac{a}{2} + bL + h\right]L\end{aligned}$$

  - Notwendige Bedingung:

$$\frac{\delta \pi_R}{\delta q_1} = a - 2bq_1 - w_1 \equiv 0$$

  - Reaktionsfunktion:

$$q_1(w_1) = \frac{a - w_1}{2b}$$

Stufe 2: q_1, L

- Händler antizipiert die Wahl des Produzenten
  - Maximierung der Gewinnfunktion des Händlers:

$$\begin{aligned}\pi_R =& [a-bq_1-w_1]q_1+[a-bq_2-w_2]q_2-[w_1-w_2+h]L\\ =& [a-bq_1-w_1]q_1+\left[\frac{a}{16b}+\frac{aL}{4}+\frac{bL^2}{4}\right]-\left[w_1-\frac{a}{2}+bL+h\right]L\end{aligned}$$

  - Notwendige Bedingung:

$$\frac{\delta\pi_R}{\delta L}=\frac{a}{4}+\frac{bL}{2}-\left(w_1-\frac{a}{2}+2bL+h\right)\equiv 0$$

  - Reaktionsfunktion:

$$L(w_1)=\frac{a}{2b}-\frac{2}{3b}(w_1+h)$$

$$\rightarrow \text{ größer 0 für } w_1<\frac{3a}{4}-h$$

Stufe 1: w_1

- Reaktionsfunktionen

$$L(w_1) = \frac{a}{2b} - \frac{2}{3b}(w_1 + h)$$
$$q_1(w_1) = \frac{a - w_1}{2b}$$
$$w_2(w_1) = \frac{2}{3}(w_1 + h)$$
$$q_2(w_1) = \frac{a}{2b} - \frac{w_1 + h}{3b}$$

Stufe 1: w_1

- Produzent antizipiert die Wahl des Händlers
  - Maximierung der Gewinnfunktion des Produzenten:

$$\pi_M = w_1(q_1 + L) + w_2(q_2 - L)$$
$$= \frac{-17wl^2 + (18a - 4h)wl + 4h^2}{18b}$$

  - Notwendige Bedingung:

$$\frac{\delta \pi_M}{\delta w_1} = \frac{1}{18} \frac{-34w_1 + 18a - 4h}{b}$$

  - Reaktionsfunktion Produzent Periode 1:

$$w_1 = \frac{9}{17}a - \frac{2}{17}h$$

Gleichgewicht und Vergleich

	First Best	statisch (Commitment)	dynamisch $\left(h < \frac{1}{4}a\right)$
Großhandelspreis $\{w_1, w_2\}$	-	$\left\{\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right\}$	$\left\{\frac{9a-2h}{17}, \frac{6a+10h}{17}\right\}$
eingekaufte Menge $\{Q_1, Q_2\}$	$\left\{\frac{a}{2b}, \frac{a}{2b}\right\}$	$\left\{\frac{a}{4b}, \frac{a}{4b}\right\}$	$\left\{\frac{13a-18h}{34b}, \frac{3a+5h}{17b}\right\}$
Lager L	0	0	$\frac{5(a-4h)}{34b}$ *
verkaufte Menge $\{q_1, q_2\}$	$\left\{\frac{a}{2b}, \frac{a}{2b}\right\}$	$\left\{\frac{a}{4b}, \frac{a}{4b}\right\}$	$\left\{\frac{4a+h}{17b}, \frac{11a-10h}{34b}\right\}$
Endkundenpreis $\{p_1, p_2\}$	$\left\{\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right\}$	$\left\{\frac{3a}{4}, \frac{3a}{4}\right\}$	$\left\{\frac{13a-h}{17}, \frac{23a+10h}{34}\right\}$
Gewinn des Produzenten π_M	-	$\frac{a^2}{4b}$	$\frac{9a^2-4ah+8h^2}{34b}$
Gewinn des Händlers π_R	-	$\frac{a^2}{8b}$	$\frac{155a^2-118ah+304h^2}{1156b}$
Gewinn der Supply Chain π_{SC}	$\frac{a^2}{2b}$	$\frac{3a^2}{8b}$	$\frac{461a^2-254ah+576h^2}{1156b}$

*Lagerhaltung, wenn: $a > 4h$.

Entspricht einem Lagerwertkostensatz von ca. 27%.

Beispiel

- $a = 140; b = 1; h = 1$

	First Best	statisch	dynamisch (Gleichgewicht)
Großhandelspreis Periode 1 (w_1)	0	70	74
Lager L	0	0	20
Großhandelspreis Periode 2 (w_2)	0	70	50
Gewinn des Produzenten (π_M)	0	4900	5172
Gewinn des Händlers (π_R)	9800	2450	2614
Gewinn der Suply Chain (π_{SC})	9800	7350	7786

Anreize für Manager
Fershtman and Judd 1987

Annahmen

- 2 Firmen (i=1,2)
- Jeweils gibt es einen Eigner und einen Manager
- Ziel des Eigners: Firmengewinn maximieren
- Ziel des Managers: Gehalt maximieren
- Preisabsatzfunktion: $p = a - bq_1 - bq_2$
- Stückkosten: k_i

Ablauf

- Stufe 1: Eigner entscheiden simultan über den Anreizparameter α_i
- Stufe 2: Manager beobachten die Marktkonditionen (Preisabsatzfunktion, Kosten) und entscheiden simultan über die Mengen
- Lösung über Rückwärtsinduktion

Stufe 2

- Manager kennen ihren Anreizvertrag M_i ($B_i > 0$):

$$M_i = A_i + B_i O_i,$$

wobei der Vetrag vom Gewinn und vom Umsatz abhängt

$$O_i = \alpha_i \pi_i + (1 - \alpha_i) S_i,$$

- α_i bezeichnet daher den Anteil des Gewinns
- $(1 - \alpha_i)$ bezeichnet den Anteil des Umsatzes

Stufe 2

- Manager maximieren ihre Auszahlung (M_i) über die Menge (analog Firma 2)

$$\max_{q_i} O_i = \alpha_i(a - b(q_i + q_j) - k_i)q_i + (1 - \alpha_i)(a - b(q_i + q_j))q_i$$

- Notwendige Bedingung für Firma 1

$$0 = a - bq_2 - \alpha_1 k_1 - 2bq_1,$$

Stufe 2

- Reaktionsfunktionen gegeben der α_i's

$$q_1 = \frac{a - bq_2 - \alpha_1 k_1}{2b}$$
$$q_2 = \frac{a - bq_1 - \alpha_2 k_2}{2b}.$$

- Gleichgewicht für Stufe 2

$$q_1 = \frac{a - 2\alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2}{3b}; \quad q_2 = \frac{a - 2\alpha_2 k_2 + \alpha_1 k_1}{3b};$$
$$Q = \frac{2a - \alpha_1 k_1 - \alpha_2 k_2}{3b};$$
$$p = \frac{a + \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2}{3}.$$

Stufe 1

- Eigner maximieren ihren Gewinn über den Anreiz (Analog Firma 2)

$$\max_{\alpha_i} \pi_1 = \left(\frac{a + \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2}{3} - k_1 \right) \frac{a - 2\alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2}{3b}$$

- Notwendige Bedingung für Firma 1

$$0 = a - 2\alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2 - 2a - 2\alpha_1 k_1 - 2\alpha_2 k_2 + 6k_1$$

Stufe 1

- Reaktionsfunktionen

$$\alpha_1 = \frac{3}{2} - \frac{a}{4k_1} - \frac{k_2}{4k_1}\alpha_2; \quad \alpha_2 = \frac{3}{2} - \frac{a}{4k_2} - \frac{k_1}{4k_2}\alpha_1.$$

- Anreize im Gleichgewicht

$$\alpha_1 = \frac{8k_1 - a - 2k_2}{5k_1}; \quad \alpha_2 = \frac{8k_2 - a - 2k_1}{5k_2},$$

Gleichgewicht

- Mengen

$$q_1 = \frac{2(a-3k_1+2k_2)}{5b}; \quad q_2 = \frac{2(a-3k_2+2k_1)}{5b};$$
$$Q = \frac{2(2a-k_1-k_2)}{5b}.$$

- Preis

$$p = \frac{a+2k_1+2k_2}{5}.$$

- Gewinne

$$\pi_1 = \frac{2}{25b}(a-3k_1+2k_2)^2$$
$$\pi_2 = \frac{2}{25b}(a-3k_2+2k_1)^2.$$

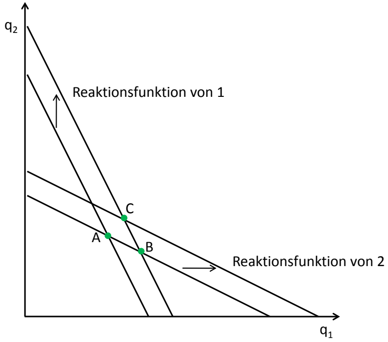
Anmerkungen

Anreize für Manager führen zu

- größeren Mengen
- geringeren Gewinnen
- niedrigerem Preis
- einer effizienteren Allokation

als im gewöhnlichen Cournot Spiel.

Vergleich zu gewöhnlichem Cournot



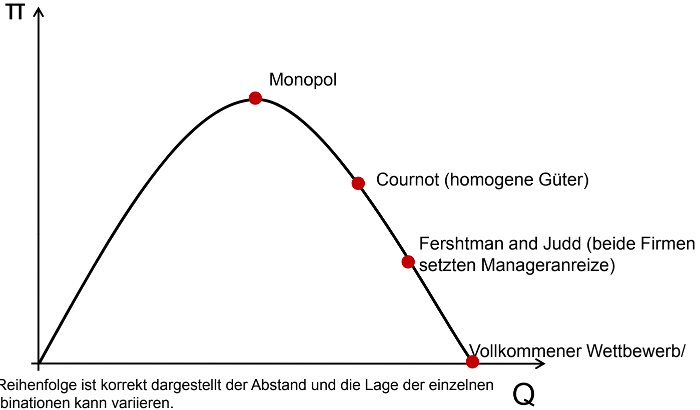
- A: Mengen bei Cournot ohne Manageranreize
- B: Mengen wenn Anbieter 1 Manageranreize setzt
- C: Mengen wenn beide Manageranreize setzen

Gefangenendilemma

Firmen		2			
		ohne Manager		mit Manager	
1	ohne Manager	Cournot	Cournot	Follower	Leader
	mit Manager	Leader	Follower	Fershtman Judd	Fershtman Judd

- Vergleich der Gewinne:
  $Leader > Cournot > FershtmanJudd > Follower$
- Es ist für beide Firmen eine dominante Strategie Manager einzustellen
- Im gewöhnlichen Cournot würden sich jedoch höhere Auszahlungen ergeben

Vergleich des Gesamtgewinns



Die Reihenfolge ist korrekt dargestellt der Abstand und die Lage der einzelnen Kombinationen kann variieren.

Terminmärkte
(Allaz und Vila 1993)

Terminmärkte
Grundlagen

Annahmen

- 2 Firmen (i=1,2)
- 2 Stufen
- Stufe 1:
  - Firmen wählen Forwardmengen f_i
  - Spekulanten und Arbitrageure bieten auf dem Terminmarkt auf die Forwardmengen, Verkauf der Forwards zum Preis p_f
    (bindend, öffentlich)
- Stufe 2:
  - Firmen produzieren q_i,
  - bedienen die Forwards und
  - verkaufen auf dem Kassamarkt zum Preis p_s
    (Forwards aus Stufe 1 sind bekannt)
- Lösung durch Rückwärtsinduktion

Annahmen

- Preisabsatzfunktion $p_s = a - b(q_1 + q_2)$
- Kostenfunktion $K_i = k_i q_i$
- Für $f_i < q_i$ kann Firma i
  $q_i - f_i$ in Stufe 2 verkaufen
- Für $f_i > q_i$ muss Firma i
  $f_i - q_i$ in Stufe 2
  1. von der Konkurrenz kaufen oder
  2. Forwards zurückkaufen

Stufe 2

- Firma 1 maximiert seinen Gewinn aus dem Kassamarkt gegeben der Forwards aus Stufe 1 (Analog Firma 2)

$$\pi_1^s(q_1) = (a - bq_1 - bq_2)(q_1 - f_1) - k_1 q_1$$

- Notwendige Bedingung für Firma 1

$$0 = a - 2bq_1 - bq_2 + bf_1 - k_1,$$

Stufe 2

- Reaktionsfunktionen gegeben der Forwards

$$q_1 = \frac{a - k_1 + bf_1}{2b} - \frac{bq_2}{2b}$$
$$q_2 = \frac{a - k_2 + bf_2}{2b} - \frac{bq_1}{2b}.$$

- Gleichgewicht für Stufe 2

$$q_1 = \frac{a + 2bf_1 - bf_2 - 2k_1 + k_2}{3b};$$
$$q_2 = \frac{a + 2bf_2 - bf_1 - 2k_2 + k_1}{3b};$$
$$p_s = \frac{a - bf_1 - bf_2 + k_1 + k_2}{3}.$$

Stufe 1

- Der Gesamtgewinn gegeben der Forwards ist

$$\pi_i = p_f f_i + p_s(q_i - f_i) - k_i q_i,$$

- umgeformt

$$\pi_i = [p_f - p_s] f_i + (p_s - k_i) q_i,$$

  Teil 1 ist der Arbitragegewinn und Teil 2 ist der Cournot Gewinn

Arbitragegewinn

- Situation in Stufe 1
  - Angenommen 2 Spekulanten geben Kaufgebote in Stufe 1 ab. Das höchste Gebot gewinnt und bei gleichen Geboten gewinnt Spekulant 1. Der Wettbewerb drückt den Preis auf den Preis im Spotmarkt (siehe Bertrand).
- *Perfect Foresight Equilibrium*: $p_s = p_f$
  - Falls $p_s > p_f$:
    Spekulanten kaufen mehr Forwards $\rightarrow p_f \uparrow$
  - Falls $p_s < p_f$:
    Spekulanten machen Verluste $\rightarrow p_f \downarrow$
- Arbitragegewinn, $(p_f - p_s)f_i = 0$!

Stufe 1

- Der verbleibende Gewinn wird über die Menge der Forwards maximiert

$$\max_{f_1} \pi_1 = \left(\frac{a - bf_1 - bf_2 + k_1 + k_2}{3} - k_1 \right) \times \frac{a + 2bf_1 - bf_2 - 2k_1 + k_2}{3b},$$

- Notwendige Bedingung

$$0 = a - 4bf_1 - bf_2 - 2k_1 + k_2$$

Stufe 1

- Reaktionsfunktionen

$$f_1 = \frac{a - 2k_1 + k_2}{4b} - \frac{1}{4} f_2$$
$$f_2 = \frac{a - 2k_2 + k_1}{4b} - \frac{1}{4} f_1$$

- Forwards im Gleichgewicht

$$f_1 = \frac{a - 3k_1 + 2k_2}{5b}$$
$$f_2 = \frac{a - 3k_2 + 2k_1}{5b}$$

Gleichgewicht

- Produktionsmengen

$$q_1 = \frac{2(a - 3k_1 + 2k_2)}{5b}$$
$$q_2 = \frac{2(a - 3k_2 + 2k_1)}{5b}$$

- Preise

$$p_s = p_f = \frac{a + 2k_1 + 2k_2}{5}$$

- Gesamtgewinn

$$\pi_1 = \frac{2}{25b}(a - 3k_1 + 2k_2)^2$$
$$\pi_2 = \frac{2}{25b}(a - 3k_2 + 2k_1)^2$$

Terminmärkte
Stackelberg

Situation

- Firma 2 ist gezwungen keine Forwards zu verkaufen: $f_2 = 0$
- Firma 1 wählt f_1 so, dass sein Gewinn maximiert wird,
- d.h. Firma 2 wird in einen Stackelberg-Follower gezwungen

Gleichgewicht

- Für $f_2 = 0$ und die Reaktionsfunktion aus Stufe 1 $f_1(f_2 = 0)$ folgt

$$
\begin{aligned}
q_1 &= \frac{a + 2bf_1 - bf_2 - 2k_1 + k_2}{3b} \\
&= \frac{a + 2b\frac{a - 2k_1 + k_2}{4b} - 2k_1 + k_2}{3b} \\
&= \frac{a - 2k_1 + k_2}{2b}
\end{aligned}
$$

- Dies entspricht der Menge des Stackelbergführers.

Gleichgewicht

- Forwards

$$f_1 = \frac{a - 2k_1 + k_2}{4b}$$
$$f_2 = 0$$

- Produktionsmengen

$$q_1 = \frac{a - 2k_1 + k_2}{2b}$$
$$q_2 = \frac{a - 2k_2 + k_1}{4b};$$

- Preise

$$p_f = p_s = \frac{a + 2k_1 + k_2}{4}$$

Gleichgewicht

- Gewinne

$$\pi_1 = \frac{1}{8b}(a - 2k_1 + k_2)^2$$
$$\pi_2 = \frac{1}{16b}(a - 3k_2 + 2k_1)^2.$$

Cournot

Situation

- Beide sind gezwungen keine Forwards zu verkaufen: $f_1 = f_2 = 0$
- Demnach ergeben sich die Standard Ergebnisse aus dem Cournot.

Gleichgewicht

- Forwards $f_1 = f_2 = 0$
- Produktionsmengen

$$q_1 = \frac{a - 2k_1 + k_2}{3b}; \quad q_2 = \frac{a - 2k_2 + k_1}{3b}$$

- Preis

$$p = \frac{a + k_1 + k_2}{3}$$

- Gewinne

$$\pi_1 = \frac{1}{9b}(a - 2k_1 + k_2)^2; \quad \pi_2 = \frac{1}{9b}(a - 2k_2 + k_1)^2$$

Terminmärkte
Gefangenen Dilemma

Situation

- Vergleich der Gewinne mit $b = 1$, $k_1 = k_2 = k$
- Cournot

$$\pi_1 = \pi_2 = \frac{1}{9}(a-k)^2$$

- Stackelberg

$$\pi_{leader} = \frac{1}{8}(a-k)^2$$
$$\pi_{follower} = \frac{1}{16}(a-k)^2$$

- (positive) Forwards

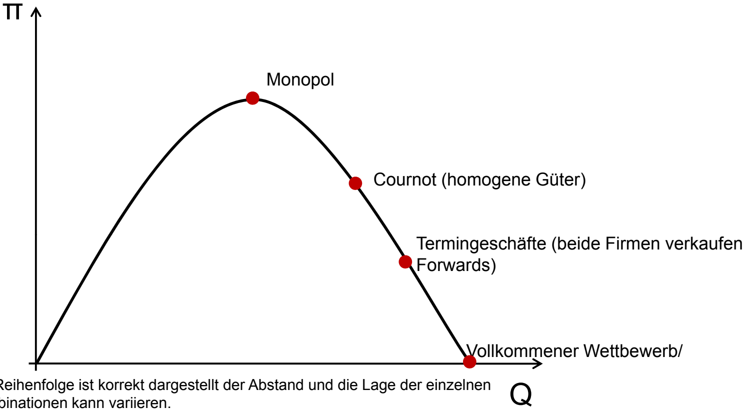
$$\pi_1 = \pi_2 = \frac{2}{25}(a-k)^2$$

Gefangenendilemma

Firmen		2			
		$f_2 = 0$		$f_2 > 0$	
1	$f_1 = 0$	$\frac{(a-k)^2}{9}$	$\frac{(a-k)^2}{9}$	$\frac{(a-k)^2}{16}$	$\frac{(a-k)^2}{8}$
	$f_1 > 0$	$\frac{(a-k)^2}{8}$	$\frac{(a-k)^2}{16}$	$\frac{2(a-k)^2}{25}$	$\frac{2(a-k)^2}{25}$

- Dominante Strategie $f_i > 0$ zu spielen
- Höhere Auszahlung für $f_i = 0$

Vergleich des Gesamtgewinns



Die Reihenfolge ist korrekt dargestellt der Abstand und die Lage der einzelnen Kombinationen kann variieren.

Hotelling Modelle

Lineares Hotelling Preismodell

Annahmen

- Die Nachfrage für ein homogenes Gut stammt aus einer linearen Stadt
  - Länge: $L > 0$
  - An jeder Stelle der Stadt $x \in [0, L]$ befindet sich genau ein Konsument
  - Jeder Konsument fragt genau eine Einheit nach
- 2 Anbieter (A und B)
  - Vorgegebene Lokationen a und $L - b$
  - Es gilt a und $(L - b) \in [0, L]$
  - Symmetrische Kostenstruktur beider Anbieter

$$K_i = k * q_i + F \quad und \quad i \in [A, B]$$

```
   <--- a --->A                              B <--------- b --------->
|-------------|-------------|----------------------------|--------------------------|
0             a             x                           L-b                         L
```

Annahmen

- Um zu Anbieter A zu gelangen, muss Konsument x die Strecke $|x - a|$ zurücklegen
- Um zu Anbieter B zu gelangen die Strecke $|x - (L - b)|$
- Es entstehen lineare Entfernungskosten in Höhe von $t * z$
  - Wobei t den Entfernungskostenfaktor und z die Entfernung darstellt

```
 <--- a --->A                                   B <--------- b --------->
|-------------|--------------|----------------------------|--------------------------|
0             a              x                           L-b                         L
```

Annahmen

- Lösung durch Rückwärtsinduktion
- Stufe 2: Kunden wählen den Anbieter bei dem sie das Gut kaufen möchten
  - Dabei berücksichtigen sie die Preise beider Anbieter und die Entfernungskosten
- Stufe 1: Die Anbieter wählen ihre Preise, um ihren Gewinn zu maximieren

Stufe 2

- Die Nutzenfunktion des Konsumenten x ist

$$U = \begin{cases} -p_A - t\,|x-a|\,, & \text{falls } x \text{ bei } A \text{ kauft} \\ -p_B - t\,|x-(L-b)|\,, & \text{falls } x \text{ bei } B \text{ kauft} \end{cases}$$

- Konsument $\tilde{x}$ ist zwischen A und B indifferent
- Es gilt:

$$-p_A - t(\tilde{x}-a) = -p_B - t(L-b-\tilde{x})$$

  - Wenn sich A und B an der gleichen Stelle befinden setzt ein extremer Preiswettbewerb ein
  - Es wird im Folgenden angenommen, dass A und B „weit genug" voneinander entfernt sind

Stufe 1

- Alle Kunden „links“ von $\tilde{x}$ werden bei A kaufen, alle „rechts“ von $\tilde{x}$ werden bei B kaufen
- Durch Umformen der Indifferenzbedingung ergibt sich die Nachfrage für A

$$q_A = \tilde{x} = \frac{p_B - p_A}{2t} + \frac{L - b + a}{2}$$

- Entsprechend ergibt sich die Nachfrage für B

$$q_B = L - \tilde{x} = \frac{p_A - p_B}{2t} + \frac{L + b - a}{2}$$

Stufe 1

- Maximierung der Gewinnfunktion für Anbieter A:

$$\max_{p_A} \pi_A = \left(\frac{p_B - p_A}{2t} + \frac{L - b + a}{2} \right) (p_A - k) - F$$

- Notwendige Bedingung:

$$0 = \frac{p_B - 2p_A + k}{2t} + \frac{L - b + a}{2}$$

- Reaktionsfunktion von Anbieter A

$$p_A(p_B) = \frac{p_B + k}{2} + \frac{(L - b + a)t}{2}$$

- Analog wird die Reaktionsfunktion für Anbieter B ermittelt

$$p_B(p_A) = \frac{p_A + k}{2} + \frac{(L + b - a)t}{2}$$

Stufe 1

- Gleichgewicht im Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen
- Preise der Anbieter

$$p_A = \frac{(3L - b + a)\,t}{3} + k; \quad p_B = \frac{(3L + b - a)\,t}{3} + k$$

- Gleichgewichtsmengen

$$q_A = \tilde{x} = \frac{3L - b + a}{6}; \quad q_B = L - \tilde{x} = \frac{3L + b - a}{6}$$

- Gleichgewichtsgewinn

$$\pi_A = \frac{t\,(3L - b + a)^2}{18} - F; \quad \pi_B = \frac{t\,(3L + b - a)^2}{18} - F$$

Diskussion

- Der gleichgewichtige Gewinn von A steigt,
  - je höher die Entfernungskosten t sind,
  - je kleiner b ist
  - je größer a ist.
- Das gilt analog für den Gewinn von Anbieter B
- Die hergeleiteten Gleichgewichte gelten nur,
  - wenn Lokationen exogen vorgegeben sind und
  - wenn Entfernungskosten linear sind.

Endogene Lokationswahl

- Es wird weiterhin ein lineares Hotelling Preismodell angenommen
- Bei endogener Lokationswahl optimiert der Anbieter seinen Gewinn in zwei Stufen
  - Erste Stufe: Wahl der Lokationen
  - Zweite Stufe: Preissetzung
- Bei linearen Entfernungskosten gibt es kein Gleichgewicht in reinen Strategien
  - Wenn die Lokationen nahe aneinander liegen, haben die Anbieter Anreize auseinander zu gehen
  - Wenn die Lokationen weit von einander entfernt sind, haben die Anbieter Anreize aufeinander zu zugehen
- Bei quadratischen Entfernungskosten wird der höchste Grad der Differenzierung gewählt

Kreis Hotelling Modell

Annahmen

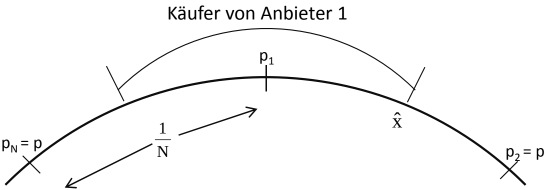
- Im Gegensatz zu dem linearen Hotelling Modell ist die Anzahl der Anbieter (N) endogen
- Alle Anbieter $1...N$ sind symmetrisch
  - Symmetrische Kostenfunktion

$$K_i = k * q_i + F \quad und \quad i \in [0...N]$$

- Anbieter sind gleichmäßig auf einem Kreis verteilt
  - Der Kreisumfang ist 1
  - Der Abstand zwischen zwei Anbietern ist $\frac{1}{N}$

Annahmen

- Es entstehen für den Kunden lineare Entfernungskosten in Höhe von $t * z$
  - Entfernungskostenfaktor t, Entfernung z
  - Die Konsumenten sind gleichmäßig auf dem Kreis verteilt
- Jeder Konsument fragt genau eine Einheit nach
- Aufgrund der Symmetrie kann angenommen werden, dass $p_2 = p_N = p$



Annahmen

- Lösung durch Rückwärtsinduktion
- Stufe 3: Kunden wählen den Anbieter bei dem sie das Gut kaufen möchten
  - Dabei berücksichtigen sie die Preise der Anbieter und die Entfernungen
- Stufe 2: Die Anbieter wählen ihre Preise, um ihren Gewinn zu maximieren
- Stufe 1: Markteintrittsentscheidung der Anbieter
  - Es werden so viele Anbieter in den Markt eintreten, bis der Gewinn gleich 0 ist

Stufe 3

- Der Kunde $\hat{x}$ wird ermittelt, der zwischen Anbieter 1 und Anbieter 2 indifferent ist
- Für den indifferenten Kunden $\hat{x}$ gilt:

$$p_1 + t\hat{x} = p + t(\frac{1}{N} - \hat{x}).$$

- Daraus folgt:

$$\hat{x} = \frac{p - p_1}{2t} + \frac{1}{2N}.$$

- Alle Kunden links von $\hat{x}$ kaufen von Anbieter 1, alle Kunden rechts von $\hat{x}$ kaufen bei Anbieter 2
  - Analog kann der indifferente Kunde für alle Anbieter ermittelt werden

Stufe 2

- Anbieter 1 bedient sowohl Kunden die links als auch Kunden die rechts von ihm liegen
- Die Nachfrage von Anbieter 1 ergibt sich als:

$$q_1(p_1, p) = 2\hat{x} = \frac{p - p_1}{t} + \frac{1}{N}.$$

- Der Anbieter wählt seinen Preis

$$\max_{p_1} \pi_1 = (p_1 - k)\left(\frac{p - p_1}{t} + \frac{1}{N}\right) - F$$

- Notwendige Bedingung

$$0 = \frac{p - 2p_1 + k}{t} + \frac{1}{N}$$

Stufe 2

- In einem symmetrischen Gleichgewicht gilt:

$$p_1 = p_2 = ... = p_N = p.$$

- Einsetzten in die notwendige Bedingung ergibt:

$$p = k + \frac{t}{N}.$$

Stufe 1

- Im Gleichgewicht werden genau so viele Anbieter in den Markt eintreten, dass alle Anbieter Nullgewinne generieren
  - Solange positive Gewinne generiert werden können, treten weitere Marktteilnehmer ein
  - Bei negativen Gewinnen werden Anbieter aus dem Markt austreten
  - Bei Nullgewinnen besteht weder ein Anreiz aus dem Markt auszutreten noch in den Markt einzutreten

Stufe 1

- Die optimale Anzahl an Unternehmen wird ermittelt indem der Gewinn eines einzelnen Anbieters *i* nullgesetzt wird

$$\pi_i = (p-k)\frac{1}{N} - F = \frac{t}{N^2} - F \stackrel{!}{=} 0$$

- Damit ergibt sich die optimale Anzal von Anbietern N als:

$$N = \sqrt{\frac{t}{F}}.$$

- Das resultiert in folgenden gleichgewichtigen Preisen und Mengen:

$$p = k + \sqrt{tF}, \quad q = \frac{t}{F}^{-\frac{1}{2}}.$$

Wohlfahrtseffekte

- Die optimale Anbieteranzahl N aus dem Hotelling-Modell übersteigt die Wohlfahrtsmaximierenden Anzahl
- Um die Wohlfahrt zu maximieren wird die Summe aus den Transportkosten des durchschnittlichen Kunden $\frac{1}{4N}$ und der insgesamt anfallenden Fixkosten L minimiert

$$\min_N L(F, t, N) = N * F + \frac{t}{4N}$$

Wohlfahrtseffekte

- Notwendige Bedingung

$$0 = F - \frac{t}{4N^2}$$

- Daraus folgt, dass die Wohlfahrtsmaximierende Anzahl an Anbieter $\tilde{N}$ kleiner ist als die Anbietermenge N im Gleichgewicht des linearen Hotelling Modells

$$\tilde{N} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{F}} < \sqrt{\frac{t}{F}} = N$$

Hotelling Modell mit sequentiellem Markteintritt

Annahmen

- Preise sind gleich und fix vorgegeben
  - Zur Vereinfachung wird $p = 1$ angenommen
- 3 Anbieter befinden sich in einer linearen Stadt
- Länge der Stadt = 1
- Sequentielle Positionswahl der Anbieter

Annahmen

- Lösung per Rückwärtsinduktion
- Stufe 3: Anbieter 3 Entscheidet über seine Position
- Stufe 2: Anbieter 2 Entscheidet über seine Position
- Stufe 1: Anbieter 1 Entscheidet über seine Position
    - Zur Vereinfachung wird angenommen, dass Anbieter 1 die Position $x_1 = \frac{1}{4}$ wählt

Stufe 3

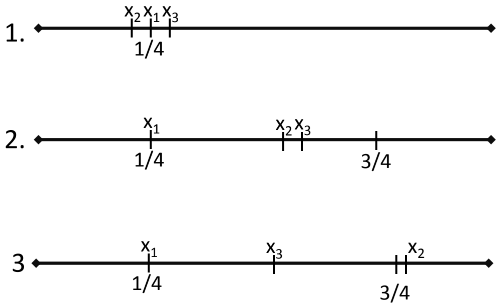
- Die Entscheidung von Anbieter 2 kann in 3 Intervallen liegen:
  1. $x_2 = \frac{1}{4} - \varepsilon$
  2. $\frac{1}{4} < x_2 < \frac{3}{4}$
  3. $x_2 \geq \frac{3}{4}$
- Für jedes Intervall ergibt sich eine Beste-Antwort-Funktion für Anbieter 3

$$BA(Intervall1): x_3 = \frac{1}{4} + \varepsilon$$

$$BA(Intervall2): x_3 = x_2 + \varepsilon$$

$$BA(Intervall3): x_3 = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

Stufe 2



1. $\pi_2 \approx \frac{1}{4} \qquad \pi_3 \approx \frac{3}{4}$

2. $\pi_2 \approx \frac{x_2 - \frac{1}{4}}{2} \qquad \pi_3 \approx 1 - x_2$

3. $\pi_2 \approx 1 - x_2 + \frac{x_2 - x_3}{2} \qquad \pi_3 \approx \frac{x_2 - \frac{1}{4}}{2}$

- Gegeben der Reaktion von Anbieter 3 wählt Spieler 2 seine Position

Stufe 2

- Anbieter 2 wählt Intervall 3
- Gewinn von Anbieter 2 in Intervall 3:

$$\pi_2 = 1 - x_2 + \frac{x_2 - x_3}{2}.$$

- Innerhalb dieses Intervalls wählt Anbieter 2 die Position

$$x_2 = \frac{3}{4}$$

Gleichgewicht

- Im Gleichgewicht gilt:

$$x_1 = \frac{1}{4}, \quad \pi_1 = \frac{3}{8}$$

$$x_2 = \frac{3}{4}, \quad \pi_2 = \frac{3}{8}$$

$$x_3 = \frac{1}{2}, \quad \pi_3 = \frac{1}{4}$$